پاسخ سوالات محاسبات عددی از سال ۸۸ تا ۹۳ + حل نمونه سوالات امتحانی

توجه مهم: پاسخ سوالات و روش حل با ماشین حساب چک شود

Eng-hvac.mihanblog.com

بسمه تعالی

سؤالات امتحانی پایان نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۳-۱۳۹۲

دانشکده فنی و مهندسی واحد تهران جنوب

نام درس: محاسبات عددی   نام استاد: اساتید گروه ریاضی   کد درس: ۳۱۵۹   گروه آموزشی: ریاضی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۰۳/۱۹   مدت امتحان: ۲ ساعت   نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته ■ سایر موارد

استفاده از ماشین حساب: مجاز □ غیرمجاز ■   به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■   بارم نمره

۱. نشان دهید معادله‌ی $x - \cos x = 10$ دارای یک ریشه‌ی حقیقی در فاصله‌ی $[9,10]$ است. سپس با انتخاب $x_0 = 9$ تقریبی از ریشه‌ی مورد نظر را به روش تکرار ساده و دقت سه رقم اعشار بیابید. (۳ نمره)

۲. الف) چندجمله‌ای درون‌یاب تابع $f(x) = \frac{1}{x+2}$ را در نقاط $x_i = 0.25i$ به ازای $(i = 0,1,2,3)$ تعیین نموده، سپس تقریبی از $f(0.05)$ و $f(0.6)$ را محاسبه کنید. (۳ نمره)

Eng-hvac.mihanblog.com

ب) کران بالای خطای درون‌یابی را در $x = 0.35$ تعیین کنید.

۳. تقریبی از جواب دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از سه تکرار اول دستور تکرار گاوس – سایدل محاسبه نمایید. (۳ نمره)

$$\begin{cases} x + 8y - z = 4 \\ -8x + 3y - z = -3 \\ x - 2y + 9z = 4 \end{cases} \qquad X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

۴. به روش کمترین مربعات، بهترین برازش منحنی $y = A\,Sinx + \frac{B}{x}$ را برای تابع جدولی زیر بیابید. (۲ نمره)

x_i	1	2	3	4	5
f_i	3	4	7	10	9

۵. الف) کمینه تعداد زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_{-1}^{0} sinx \cos 2x\, dx$ با دقت شش رقم اعشار با دستور ذوزنقه را تعیین کنید. (۳ نمره)

ب) با انتخاب $h = 0.25$ تقریبی از مقدار انتگرال فوق را به روش سیمپسون بیابید.

Eng-hvac.mihanblog.com

ج) تقریبی از مقدار انتگرال فوق را به روش رامبرگ از مرتبه $O(h^6)$ بیابید.

۶. به روش نیوتن و فرض $(x_0, y_0) = (0, -0.5)$، تقریبی از جواب دستگاه غیرخطی زیر را با انجام دو تکرار بیابید. (۲ نمره)

$$\begin{cases} x^2 + 2y^3 + x = 0 \\ x^3 + 3y^2 + y = 3 \end{cases}$$

۷. با استفاده از دستور رونگه – کوتای مرتبه دوم تقریبی از مقدار $y(0.8)$ را با انتخاب $h = 0.2$ و دقت دو رقم اعشار از مسأله $y' = 3yx^2$ مقدار اولیه $y(0.4)=2$ را بیابید. (۲ نمره)

سربلند باشید

Eng-hvac.mihanblog.com

... پایان نیمسال اول سال تحصیلی 92-1391

دانشکده صنایع واحد تهران جنوب

نام درس : محاسبات عددی   نام استاد: اساتید گروه ریاضی

تاریخ امتحان: 1391/10/18   مدت امتحان: 2ساعت   کد درس: 3159   گروه آموزشی: ریاضی

استفاده از ماشین حساب: مجاز ■ غیرمجاز □   نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته■ سایر موارد

به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■

بارم نمره

1. نشان دهید معادله‌ی $x^3+14x^2=10$ دارای یک ریشه‌ی حقیقی در فاصله‌ی $[0,1]$ است. سپس با انتخاب $x_0=0.6$ تقریبی از ریشه‌ی مورد نظر را به روش تکرار ساده و دقت دو رقم اعشار بیابید. (3 نمره)

2. الف) چندجمله‌ای درون‌یاب پیشرو نیوتن تابع $f(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$ را در نقاط $x_i=0.2i$ به ازای $(i=0,1,2,3)$ تعیین نمایید. (3 نمره)

ب) مقدار خطای مطلق درون‌یابی را در $x=0.05$ محاسبه کنید.

3. تقریبی از جواب دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از دو تکرار اول **دستور تکرار ژاکوبی** محاسبه نمایید. (3 نمره)

$$\begin{cases} x+8y-z=4 \\ -8x+3y-z=-3 \\ x-2y+9z=4 \end{cases} \qquad X^{(0)}=\begin{pmatrix}-1\\0\\-1\end{pmatrix}$$

4. به روش کمترین مربعات، بهترین برازش منحنی $y=Ae^{(Bx)}$ را برای تابع جدولی زیر بیابید. (2 نمره)

x_i	1	2	3	4	5
f_i	3	8	15	40	100

5. الف) کمینه تعداد زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_1^2 x\sin x\,dx$ با دقت هفت رقم اعشار با دستور **ذوزنقه** را تعیین کنید. (3 نمره)

ب) با انتخاب $h=0.25$ تقریبی از مقدار انتگرال فوق را به **روش سیمپسون** بیابید.

6. به روش نیوتن و فرض $(x_0,y_0)=(-2,-0.5)$، تقریبی از جواب دستگاه غیرخطی زیر را با انجام یک تکرار بیابید. (2 نمره)

$$\begin{cases} x^2+2y^3=-1 \\ x^3+3y^2=2 \end{cases}$$

7. با استفاده از دستور اویلر پیراسته تقریبی از مقدار $y(0.8)$ را با انتخاب $h=0.5$ و دقت دو رقم اعشار از مسأله مقدار اولیه زیر بیابید. (2نمره)

$$y'=3yx^2,\quad y(0.3)=2$$

سربلند باشید

نکته : کار کلاسی جمعاً 2 نمره

سؤالات امتحانی پایان نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰
دانشکده علوم پایه واحد تهران جنوب

نام درس : محاسبات عددی	نام استاد: اساتید گروه ریاضی	کد درس: ۳۱۵۹	گروه آموزشی: ریاضی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۰۴/۰۱	مدت امتحان: ۲ساعت	نحوه امتحان: جزوه باز ☐ جزوه بسته ■ سایر موارد	
استفاده از ماشین حساب: مجاز ■ غیرمجاز ☐	به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است ☐ نیست ■		بارم نمره

۱. الف) ثابت کنید معادله $f(x) = x^3 - 2x - 1 = 0$ در فاصله $[1, 2]$ دارای ریشه منحصر به فرد است.

ب) یک دستور تکراری با مرتبه همگرایی حداقل دو برای یافتن ریشه‌ی تکراری صفر $f(x) = x - \frac{x^3}{6} - \sin x = 0$ ارائه دهید. سپس تقریب ریشه صفر را با انتخاب $x_0 = 1$ با دقت دو رقم اعشاری با روش پیشنهادی بیابید. ۳ نمره

۲. الف) چندجمله‌ای درون‌یاب تابع $f(x) = x + \sqrt{1+x}$ را در نقاط $x_i = 0.5 + 0.2i$ به ازای $(i = 0, 1, 2, 3)$ تعیین نموده، سپس تقریبی از $f(0.6)$ و $f(0.85)$ را محاسبه کنید. ۳ نمره

Eng-hvac.mihanblog.com

ب) کران بالای خطای درون‌یابی را در $x = 0.8$ تعیین کنید.

۳. تقریبی از جواب دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از سه تکرار اول **دستور تکرار ژاکوبی** محاسبه نمایید. ۳ نمره

$$\begin{cases} x + 5y - z = 2 \\ -8x + 3y - z = 25 \\ x - 3y + 9z = -6 \end{cases} \qquad X^{(0)} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

۴. به روش کمترین مربعات، بهترین برازش منحنی $y = Axe^{(Bx^2)}$ را برای تابع جدولی زیر بیابید. ۳ نمره

x_i	1	2	3	4	5
f_i	3	4	1	1	2

۵. الف) کمینه تعداد زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_1^2 (x^3 + 2e^{(-x^2)})dx$ با دقت هفت رقم اعشار با دستور **ذوزنقه** را تعیین کنید. ۳ نمره

ب) با انتخاب $h = 0.25$ تقریبی از مقدار انتگرال فوق را به **روش سیمپسون** بیابید.

ج) تقریبی از مقدار انتگرال فوق را به روش رامبرگ از مرتبه $O(h^4)$ بیابید.

از دو مسأله زیر فقط به یکی پاسخ دهید.

۶. به روش نیوتن و فرض $(x_0, y_0) = (1, 2)$، تقریبی از جواب دستگاه غیرخطی زیر را با انجام دو تکرار بیابید. ۳ نمره

Eng-hvac.mihanblog.com

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 3 \\ x^3 + 3xy = -4 \end{cases}$$

۶. با استفاده از دستور رونگه-کوتای مرتبه دوم تقریبی از مقدار $y(1.2)$ را با انتخاب $h = 0.2$ از مسأله مقدار اولیه زیر بیابید.

$$y' - 3y = x^2, \quad y(0.8) = 2$$

به نام خدا

سئوالات امتحاني پايان نيمسال دوم سال تحصيلي 89-1388 دانشكده فني واحد تهران جنوب

	گروه آموزشي: رياضي	كد درس: 3159	نام استاد: كليه اساتيد	نام درس: محاسبات عددي
	نحوه امتحان: جزوه باز ☐ جزوه بسته ■ ساير موارد		مدت امتحان: 2 ساعت	تاريخ امتحان: 89/4/6
بارم	به پيوست برگه فرمول ضميمه است ☐ نيست ■			استفاده از ماشين حساب معمولي: مجاز ■ غيرمجاز ☐

3 نمره

1- به روش نقطه ثابت مطلوب است محاسبه ريشه تقريبي معادله $x=\frac{1}{2}\cos(2x)$ با دقت $\epsilon = 0.01$.

2نمره

2- فرض كنيد α ريشه ساده معادله $f(x) = 0$ باشد. نشان دهيد اگر $f'(\alpha) \neq 0$ و $f''(\alpha) = 0$ آنگاه سرعت همگرايي روش نيوتن حداقل سه است.

3نمره

3- دستگاه زير را به روش تجزيه LU (به دلخواه به يكي از روش هاي دوليتل يا كراوت) حل كنيد.

$$\begin{cases} x+y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ -x+3y+2z=7 \end{cases}$$

Eng-hvac.mihanblog.com

3 نمره

4- مقدار تقريبي $\int_0^{24} \sqrt{1+\cos^2 x}\,dx$ را به روش رامبرگ با خطاي $O(h^6)$ بيابيد.

4 نمره

5- مسأله مقدار آغازين زير را به روش اويلر پيراسته در فاصله $1 \le x \le 1.1$ با انتخاب طول گام $h = 0.05$ با دقت $\epsilon = 0.0001$ حل كنيد.

$$y' = \frac{x-y}{x}, \quad y(1) = 1$$

راهنمايي: مقادير تقريبي $y(1.05)$ و $y(1.1)$ را محاسبه كنيد سپس به كمك درونيابي پيشرو نيوتن چند جمله اي درونياب را بيابيد.

3نمره

6- بهترين منحني به شكل $y = \frac{1}{ax^2+b}$ را براي برازش نقاط زير بيابيد.

x_i	0	1	1.5	2
f_i	0.3	0.22	0.15	0.1

Eng-hvac.mihanblog.com

نكته:1- كار كلاسي و ميان ترم جمعا 2 نمره

2- استفاده از ماشين حساب مجاز است.

موفق و پيروز باشيد

گروه رياضي

به نام خدا

سئوالات امتحاني پايان نيمسال دوم سال تحصيلي ۹۱-۱۳۹۰ دانشكده فني واحد تهران جنوب

نام درس: محاسبات عددي — نام استاد: کلیه اساتید — کد درس: ۳۱۵۹ — گروه آموزشي: رياضي

تاريخ امتحان: ۹۰/۱۰/۱۹ — مدت امتحان: ۲ ساعت — نحوه امتحان: جزوه باز □ جزوه بسته ■ ساير موارد

استفاده از ماشین حساب معمولي: مجاز ■ غیرمجاز □ — به پیوست برگه فرمول ضمیمه است □ نیست ■

بارم

۳ نمره — ۱- برای تعیین ریشه معادله $\tan^{-1}(x) - x^2 + 1 = 0$ در فاصله $[1,2]$ به صورت زیر عمل کنید:
i) در مراحل اول و دوم از روش تنصیف استفاده نمایید.
ii) سپس با شروع از نقطه بدست آمده از مرحله قبل تقریبی از ریشه را با دو تکرار به روش نیوتن بیابید.

۳ نمره — ۲- i) ابتدا چند جمله ای درونیاب جدول مقادیر زیر را بیابید. اگر داده $(2,230)$ به جدول زیر اضافه شود چند جمله ای درونیاب چه تغییری خواهد کرد؟
ii) مقدار $f'(-1)$ و $f(0.5)$ را تقریب بزنید.

x_i	-۲	-۱	۰	۱
f_i	۱	-۶	۱	۱۰

Eng-hvac.mihanblog.com

۳نمره — ۳- i) دستگاه
$$\begin{cases}-2x+y+5z=15\\ 4x-8y+z=-21\\ 4x-y+z=7\end{cases}$$
را با انتخاب $X^{(0)} = (1,2,1)$ به روش ژاکوبی حل کنید.
ii) سپس جواب بدست آمده فوق را به عنوان نقطه شروع روش تکراری گاوس-سایدل به کار گرفته و با انجام یک تکرار آن را بهبود بخشید.

۳ نمره — ٤- برای محاسبه $\int_0^1 e^{x^2}\,dx$ به روش سیمپسون بازه $[0,1]$ را به چند بازه تقسیم کنیم تا خطایی کمتر از 5×10^{-4} داشته باشد. سپس تقریبی از انتگرال را با تعداد تقسیمات بدست آمده بیابید.

۳ نمره — ٥- در مساله مقدار اولیه زیر مقدار تقریبی $y(0.2)$ را به روش رونگه-کوتای مرتبه دوم محاسبه کنید با انتخاب طول گام $h = 0.1$ و $\epsilon = 0.001$.

$$y' = \frac{1}{1+x^2+y^2}, \quad y(0) = 1$$

Eng-hvac.mihanblog.com

۳نمره — ٦- به روش خطی سازی بهترین منحني به شکل $y = \dfrac{1}{(ax+b)^2}$ را براي برازش نقاط زیر بیابید.

x_i	-۱	۰	۱	۲
y_i	۱۳.۴۵	۳.۰۱	۰.۶۷	۰.۱۵

توجه: ۱- کار کلاسي و میان ترم جمعا ۲ نمره.
۲- استفاده از ماشین حساب معمولي مجاز است.

موفق باشید
گروه ریاضي

A1

93/3/19

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
November 28 Friday
Nov. 2014

۲) الف - چند جمله‌ای درون یاب تابع $f(x)=\frac{1}{x+2}$ را در نقطه‌ی $x_i=0.25i$ به ازای $(i=0,1,2,3)$ تعیین نموده، سپس تقریب از $f(0.6)$ و $f(0.05)$ را محاسبه کنید.

ب) کران بالای خطای درون یابی را در $x=0.35$ تعیین کنید.

x_i	$f(x)$	a_0	a_1	a_2	a_3
x_0 0	0.5				
		$\frac{0.5-0.444}{0-0.25}=-0.224$			
x_1 0.25	0.444		$\frac{-0.224+0.176}{0-0.5}=0.096$		
		$\frac{0.444-0.4}{0.25-0.5}=-0.176$		$\frac{0.096-0.0608}{0-0.75}=-0.04693$	
x_2 0.5	0.4		$\frac{-0.176+0.1456}{0.25-0.75}=0.0608$		
		$\frac{0.4-0.3636}{0.5-0.75}=-0.1456$			
x_3 0.75	0.3636				

Eng-hvac.mihanblog.com

$$P(x)=0.5+(-0.224)(x-0)+0.096(x-0)(x-0.25)+(-0.04693)(x-0)(x-0.25)(x-0.5)$$

$$P(0.6)\simeq f(0.6)=0.5+(-0.224)(0.6-0)+0.096(0.6-0)(0.6-0.25)+(-0.04693)(0.6-0)(0.6-0.25)(0.6-0.5)$$

$$0.3656+0.02016+(-0.00098553)=0.38477$$

$$P(0.05)\simeq f(0.05)=0.5+(-0.224)(0.05-0)+0.096(0.05-0)(0.05-0.25)+(-0.04693)(0.05-0)(0.05-0.25)(0.05-0.5)$$

$$0.4888+(-0.00096)+0.000211185=0.48806$$

JANUARY FEBRUARY MARCH APRIL MAY JUNE
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

A2

۹۳/۳/۱۹

سوال دوم قسمت ب) کران بالای خطا

$$E = |f(x) - P(x)| \leq \frac{1}{4!} |(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)| \times \max_{x=0.135} |f^4(x)|$$

$$\max_{x=0.135} f^4(x) = \max_{x=0.135} \frac{1}{x^3+2} = 0.142553$$

$$E \leq \frac{1}{4!} |(0.135-0)(0.135-0.125)(0.135-0.15)(0.135-0.175)| \times (0.142553)$$

$$\rightarrow E \leq 3.7233 \times 10^{-5}$$

Eng-hvac.mihanblog.com

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER
(+9821) 88730075-9 (+9821) 42362

A3

۹ آذر ۹۳

۳- تقریب از دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از سه تکرار اول دستور گاوس - سایدل محاسبه کنید.

$$\begin{cases} x+8y-z=4 \\ -8x+3y-z=-3 \\ x-2y+9z=4 \end{cases} \; ; \; X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 8 & -1 \\ -8 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{تعویض}]{\text{سطر اول و دوم}} A=\begin{bmatrix} -8 & 3 & -1 \\ 1 & 8 & -1 \\ 1 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

ماتریس A اکیداً قطر غالب می‌باشد.

$$\begin{cases} -8x+3y-z=-3 \\ x+8y-z=4 \\ x-2y+9z=4 \end{cases}$$

$n=0$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{8}\left(-3(0)^{0}+(-1)^{0}\right) = -0.125 \\ y_1 = \frac{1}{8}\left(4-(0)^{1}+(-1)^{0}\right) = 0.1625 \\ z_1 = \frac{1}{9}\left(4+(0)^{1}-(2\times 0)^{1}\right) = 0.1444 \end{cases}$$

$n=1$

$$\begin{cases} x_2 = -\frac{1}{8}\left(-3(-0.125)^{1}+(0.1444)^{1}\right) = -0.1023 \\ y_2 = \frac{1}{8}\left(4-(-0.125)^{2}+(0.1444)^{1}\right) = 0.5535 \\ z_2 = \frac{1}{9}\left(4+(-0.125)^{2}-(2\times 0.1625)^{2}\right) = 0.2725 \end{cases}$$

$n=2$

$$\begin{cases} x_3 = -\frac{1}{8}\left(-3\times 0.5535\right)^{2}+(0.2725)^{2} = -0.3539 \\ y_3 = \frac{1}{8}\left(4-(-0.1023)^{3}+(0.2725)^{2}\right) = 0.5091 \\ z_3 = \frac{1}{9}\left(4+(-0.1023)^{3}-(2\times 0.5535)^{3}\right) = 0.2935 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0.35 \\ y = 0.5 \\ z = 0.3 \end{cases}$$

Eng-hvac.mihanblog.com

JANUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

FEBRUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28

MARCH
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

APRIL
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30

MAY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31

JUNE
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

A4 ۹۳/۳/۱۹

با روش کمترین مربعات، بهترین برازش منحنی $y = A\sin x + \frac{B}{x}$ را برای تابع جدول زیر بیابید.

x_i	1	2	3	4	5
f_i	3	4	10	7	9

x_i	5	4	3	2	1	
$f(x_i)$	9	7	10	4	3	$\sum 33$
$(x_i)^2$	25	16	9	4	1	$\sum 55$
$(x_i)^3$	125	64	27	8	1	$\sum 225$
$(x_i)^4$	625	256	81	16	1	$\sum 979$
$f(x_i)(x_i)^2$	225	112	90	16	3	$\sum 446$

$\sum^5 x_i^4 = 979$; $\sum^5 x_i^3 = 225$; $\sum^5 x_i^2 = 55$; $\sum^5 f(x_i) x_i^2 = 446$; $\sum^5 f(x_i) x_i = 104$

$$\begin{cases} a\sum^5 x_i^4 + b\sum^5 x_i^3 = \sum^5 x_i^2 f(x_i) \\ a\sum^5 x_i^3 + b\sum^5 x_i^2 = \sum^5 x_i f(x_i) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 979a + 225b = 446 \\ 225a + 55b = 104 \end{cases}$$

$a = 0/35093$, $b = 0/45527$

$y = 0/35093 \sin x + \frac{0/45527}{x}$ معادله برازش

JULY | AUGUST | SEPTEMBER | OCTOBER | NOVEMBER | DECEMBER (calendar)
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

$a = \frac{(446 \times 55) - (104 \times 225)}{(979 \times 55) - (225)^2} = 0/35093$

$b = \frac{(979 \times 104) - (446 \times 225)}{(979 \times 55) - (225)^2} = 0/45527$

۵- کمترین تعداد زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_{-1}^{0} \sin x \cos 2x \, dx$ را با دقت شش رقم به روش ذوزنقه

ب) با انتخاب $h=0{,}25$ از مقدار انتگرال فوق به روش سیمپسون ؟

ج) تقریبی از انتگرال فوق با روش رامبرگ از مرتبه $O(h^6)$ بیابید.

ب) سیمپسون $\frac{1}{3}$

$-1 \quad -0{,}75 \quad -0{,}5 \quad -0{,}25 \quad 0$

$f_0 \quad 4f_1 \quad 2f_2 \quad 4f_3 \quad f_4$

فردها ضرب ۴

زوج‌ها ضرب ۲

$$s(h) = \frac{h}{3}\{f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + f_4\}$$

$$s(h) = \frac{0{,}25}{3}\{0{,}350175 + (-0{,}1928) + (-2{,}0722) + (-0{,}18684) + 0\} = -0{,}2319554$$

ج) رامبرگ

$$h_0 = b-a = 0-(-1) = 1 \to T(1) = \frac{h}{2}\{f_0 + f_1\} = \frac{1}{2}\{\sin(-1)\cos(-2) + 0\} = +0{,}175$$

$-1 \quad 0$; $f_0 \quad f_1$

$$h_1 = \frac{b-a}{2} = \frac{0-(-1)}{2} = \frac{1}{2} \to T(1/2) = \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + f_2\} = \frac{0{,}5}{2}\{0{,}350175 + (-0{,}1295) + 0\} = -0{,}04197$$

$-1 \quad -1/2 \quad 0$; $f_0 \quad f_1 \quad f_2$

$$h_2 = \frac{b-a}{4} = \frac{0-(-1)}{4} = \frac{1}{4} \to T\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4\} = \frac{0{,}25}{2}\{0{,}350175 + (-0{,}0964) + (-2{,}0722) + (-0{,}4342) + 0\} = -0{,}281578$$

$-1 \quad -0{,}75 \quad -0{,}5 \quad -0{,}25 \quad 0$; $f_0 \quad 2f_1 \quad 2f_2 \quad 2f_3 \quad f_4$

	$O(h^2)$	$O(h^4)$	$O(h^6)$
h_1	$0{,}175$	$\frac{4 \times -0{,}04197 - 0{,}175}{3} = -0{,}28929$	$\frac{16 \times 0{,}31947 + 0{,}28929}{5}$
h_1	$-0{,}04197$	$\frac{4 \times -0{,}281578 - 0{,}04197}{3} = 0{,}31947$	
h_1	$-0{,}281578$		

$= 1{,}848055$

Eng-hvac.mihanblog.com

با روش نیوتن و فرض $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$ تقریبی از جواب دستگاه غیرخطی زیر را با انجام دو تکرار بیابید.

$$\begin{cases} x^2 + 2y^3 + x = 0 \\ x^3 + 3y^2 + y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} f(x,y) = x^2 + 2y^3 + x \\ g(x,y) = x^3 + 3y^2 + y - 3 \end{matrix}$$

$$F_x = 2x + 1 \; ; \; F_y = 6y^2 \; , \; g_x = 3x^2 \; ; \; g_y = 6y + 1$$

$$\begin{vmatrix} -f & F_y \\ -g & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -x^2 - 2y^3 - x & 6y^2 \\ -x^3 - 3y^2 - y + 3 & 6y + 1 \end{vmatrix} = (-6x^2y - 12y^4 - 6xy - x^2 - 2y^3 - x) + (6x^3y^2 + 18y^4 + 6y^3 - 18y^2)$$

$$\rightarrow = (-6x^2y + 6y^4 - 6xy - x + 4y^3 + 6x^3y^2 - 18y^2)$$

$$\begin{vmatrix} F_x & -f \\ g_x & -g \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x + 1 & -x^2 - 2y^3 - x \\ 3x^2 & -x^3 - 3y^2 - y + 3 \end{vmatrix} =$$

$$= (-2x^4 - 6xy^2 - 2xy + 6x - x^3 - 3y^2 - y + 3) + (3x^4 + 6x^2y^3 + 3x^3) \rightarrow$$

$$\rightarrow = (x^4 - 6xy^2 - 2xy - 6x + 2x^3 - y + 3 + 6x^2y^3)$$

$$\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x + 1 & 6y^2 \\ 3x^2 & 6y + 1 \end{vmatrix} = (6xy + 2x + 6y + 1) - 18x^2y^2$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \dfrac{-6x_n^2y_n + 6y_n^4 - 6x_ny_n - x_n + 4y_n^3 + 6x_n^3y_n^2 - 18y_n^2}{(6x_ny_n + 2x_n + 6y_n + 1) - 18x_n^2y_n^2} = \\[2ex] y_{n+1} = y_n + \dfrac{x_n^4 - 6x_ny_n^2 - 2x_ny_n - 6x_n + 2x_n^3 - y_n + 3 + 6x_n^2y_n^3}{(6x_ny_n + 2x_n + 6y_n + 1) - 18x_n^2y_n^2} = \end{cases} \xrightarrow{n=0} \begin{cases} x_1 = 1.8125 \\ y_1 = -2.25 \end{cases}$$

تکرار اول

$$\xrightarrow{n=1} \begin{cases} x_2 = 1.01612 \\ y_2 = -1.485 \end{cases}$$

تکرار دوم

Eng-hvac.mihanblog.com

PACKMAN

JANUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 42362

A7

۱۰/۳/۹۳

7) با استفاده از دستور رانگه کوتای مرتبه دوم تقریبی از مقدار $y(0.8)$ را با انتخاب $h=0.2$ و دقت دو رقم اعشار از مثل مقدار $y(0.4)=2$ و $y'=3yx^2$ را بیابید.

$y_0=2$, $y_1=?$, $y_2=?$

$x_0=0.4$, $x_1=0.6$, $x_2=0.8$

$x_0=0.4$, $y_0=2$, $h=0.2$

$y_{i+1}=y_i+\frac{1}{2}(K_1+K_2)$; $K_1=hf(x_i,y_i)$; $K_2=hf(x_i+h, y_i+K_1)$

$i=0$

$K_1=0.2(0.4,2)\to 0.2(3(0.2)\times(0.4)^2)=0.192$

$K_2=0.2(0.6, 2.192)\to 0.2(3(2.192)(0.6)^2)=0.4734$

$y_1=2+\frac{1}{2}(0.192+0.4734)=2.3327$

$i=1$

$K_1=0.2(0.6, 2.3327)\to 0.2(3\times(2.3327)(0.6)^2)=0.5038$

$K_2=0.2(0.8, 2.8365)\to 0.2(3(2.8365)(0.8)^2)=1.08921$

$y_2=2.3327+\frac{1}{2}(0.5038+1.08921)=3.1292$

92/10/19

سوال 2-

B1

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

تفاضلات

x	f_i			
x_0 1	3,2 (f_0) → a_0			
		$\frac{3,2-18}{1-1,5}=29,6$ → a_1		
x_1 1,5	18 (f_1)		$\frac{29,6+34,5}{1-2}=-64,1$ → a_2	
		$\frac{18-0,75}{1,5-2}=-34,5$		$\frac{-64,1-75}{1-2,5}=92,73$ → a_3
x_2 2	0,75 (f_2)		$\frac{-34,5-40,5}{1,5-2,5}=75$	
		$\frac{0,75-21}{2-2,5}=40,5$		
x_3 2,5	21 (f_3)			

$P(x)=a_0+a_1(x+x_0)+a_2(x-x_0)(x-x_1)+a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$

$P(x)=3,2+29,6(x-1)+(-64,1)(x-1)(x-1,5)+92,73(x-1)(x-1,5)(x-2)$

$P(x)=32,8(x-1)+(-64,1)(x-1)(x-1,5)+92,73(x-1)(x-1,5)(x-2)$

$f(1,2)\simeq P(1,2)=32,8(1,2-1)+(-64,1)(1,2-1)(1,2-1,5)+92,73(1,2-1)(1,2-1,5)(1,2-2)=14,857$

(6,56; 3,846; 4,451)

$f(2,25)\simeq P(2,25)=32,8(2,25-1)+(-64,1)(2,25-1)(2,25-1,5)+92,73(2,25-1)(2,25-1,5)(2,25-2)=2,64$

(41; −60,09; 21,73)

B2

۹۲/۱۰/۰۵

۳- تقریبی از دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از دو تکرار اول روش گوس-سایدل بیابید

$$\begin{cases} 2x+5y-z=6 \\ -8x+3y-z=-6 \\ x-2y+9z=8 \end{cases} \quad ; \quad X^{(0)}=\begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.8 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ -8 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{سطر اول و دوم تعویض}} A=\begin{bmatrix} -8 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

ماتریس A اکیداً قطر غالب است.

$$\begin{cases} -8x+3y-z=-6 \\ 2x+5y-z=6 \\ x-2y+9z=8 \end{cases} \quad ; \quad \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.8 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$n=0 \begin{cases} x_1=-\frac{1}{8}\left(-6+(3\times 0.8)^0+(1.2)^0\right)=0.925 \\ y_1=\frac{1}{5}\left(6-(2\times 0.9)^1+(1.2)^0\right)=1.08 \\ z_1=\frac{1}{9}\left(8-(0.9)^1-(2\times 0.8)^1\right)=0.6111 \end{cases}$$

$$n=1 \begin{cases} x_2=-\frac{1}{8}\left(-6-(3\times 1.08)^1+(0.6111)^1\right)=1.0786 \\ y_2=\frac{1}{5}\left(6-(2\times 0.925)^2+(0.6111)^1\right)=0.6377 \\ z_2=\frac{1}{9}\left(8-(0.925)^2-(2\times 1.08)^2\right)=0.275 \end{cases}$$

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER (2014 calendar)

4- بهترین برازش منحنی $y=ax^2+bx$ را برای تابع جدولی زیر بیابید!

x_i	1	2	3	4
y_i	11	39	10	17

x_i	4	3	2	1
$f(x_i)$	17	10	39	11
$(x_i)^2$	16	9	4	1
$(x_i)^4$	256	81	16	1
$f(x_i).x_i^2$	272	90	156	11

Eng-hvac.mihanblog.com

$$\sum x_i^4 = 354 \;;\; \sum x_i^2 = 30 \;;\; \sum f(x_i) = 77 \;;\; \sum f(x_i)\, x_i^2 = 536$$

$$\begin{cases} a\sum_{1}^{4} x_i^4 + b\sum_{1}^{4} x_i^2 = \sum_{1}^{4} x_i^2 f(x_i) \\ a\sum_{1}^{4} x_i^2 + 4b = \sum_{1}^{4} f(x_i) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 354a + 30b = 536 \\ 30a + 4b = 77 \end{cases}$$

با حل دستگاه فوق مقادیر a و b را بدست می‌آوریم

$a = -0.3217$

$b = 21.66279$

معادله برازش

$$y = -0.321\,7x^2 + 21.66279x$$

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat

B4

۹۲/۱۰/۶

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۲۳ مهر ۱۳۹۳ — ۲ ذی‌الحجه ۱۴۳۵
15 October Oct. 2014
Wednesday

16) با استفاده از روش رونگه کوتای مرتبه دوم تقریبی از مقدار $y(1.4)$ را با انتخاب $h=0.2$ از مسئله با مقدار اولیه زیر را بیابید.

$y' = 2x - 3y \;;\; y(1) = 0$

$y_0 = 0$ — $y_1 = ?\ 0.132$ — $y_2 = ?\ 0.15616$

$x_0 = 1$ — $x_1 = 1.2$ — $x_2 = 1.4$

$x_0 = 1,\ y_0 = 0,\ h = 0.2$

$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(K_1 + K_2)\;;$

$K_1 = h f(x_i, y_i)\;;\; K_2 = h f(x_i + h, y_i + K_1)$

$i = 0$

$K_1 = 0.2(1, 0) \rightarrow 0.2(2\times1 - 3\times0) = 0.4\ ,\ K_2 = 0.2(1.2, 0.4) \longrightarrow$

$\rightarrow 0.2((2\times1.2) - (3\times0.4)) = 0.24\ ,\ y_1 = 0 + \frac{1}{2}(0.4 + 0.24) = 0.32$

$i = 1$

$K_1 = 0.2(1.2, 0.32) \rightarrow 0.2(2\times1.2 - 3\times0.32) = 0.288$

$K_2 = 0.2(1.4, 0.608) \rightarrow 0.2(2\times1.4 - 3\times0.608) = 0.1952$

$y_2 = 0.32 + \frac{1}{2}(0.288 + 0.1952) = 0.5616$

JANUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

FEBRUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28

MARCH
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

APRIL
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30

MAY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31

JUNE
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

Eng-hvac.mihanblog.com

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

C1 18/10/91

۲- الف: چندجمله‌ای درجه ۳ پیشرو نیوتن تابع $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ را در نقاط $x_i = 0.2i$ به ازای ($i=0,1,2,3$) تعیین کنید. ب) مقدار خطای مطلق درون‌یابی را در $x=0.025$ بیابید

	x_0	x_1	x_2	x_3
x_i	0	0.2	0.4	0.6
f_i	0.5	0.545	0.583	0.6153

$S = \frac{x-x_0}{h} = \frac{0.025-0}{0.2}$

$\rightarrow S = 0.125$

x_i	f_i	Δ	Δ^2	Δ^3
0	0.5			
		$0.545-0.5=0.045$		
0.2	0.545		$0.038-0.045=-0.412$	
		$0.583-0.545=0.038$		$-0.0057+0.412=0.4063$
0.4	0.583		$0.0323-0.038=-0.0057$	
		$0.6153-0.583=0.0323$		
0.6	0.6153			

$$P(x) = f_0 + S\Delta f_0 + \frac{S(S-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \frac{S(S-1)(S-2)}{3!}\Delta^3 f_0 =$$

$$0.5 + 0.125\times 0.045 + \frac{0.125(0.125-1)}{2}\times(-0.412) + \frac{0.125(0.125-1)(0.125-2)}{6}\times 0.4063$$

$0.5625 \quad 0.03862 \quad 0.02221$

$\rightarrow = P(0.025) \rightarrow 0.157208$

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

۳- تقریب اول جواب دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از دو تکرار اول دستور ژاکوبی محاسبه کنید.

$$\begin{cases} x+8y-z=4 \\ -8x+3y-z=-3 \\ x-2y+9z=4 \end{cases} \quad , \quad X^{(0)} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$A: \begin{bmatrix} 1 & 8 & -1 \\ -8 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{سطر اول و دوم}} A: \begin{bmatrix} -8 & 3 & -1 \\ 1 & 8 & -1 \\ 1 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

ماتریس A اکیداً قطر غالب است.

$$\begin{cases} -8x+3y-z=-3 \\ x+8y-z=4 \\ x-2y+9z=4 \end{cases}$$

$$n=0 \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{8}\left(-3-(3\times 0)^0+(-1)^0\right) = 0{,}125 \\ y_1 = \frac{1}{8}\left(4+(-1)^0+(-1)^0\right) = 0{,}75 \\ z_1 = \frac{1}{9}\left(4+(-1)^0-(2\times 0)^0\right) = 0{,}5555 \end{cases}$$

$$n=1 \begin{cases} x_2 = -\frac{1}{8}\left(-3-(0{,}75)^1+(0{,}5555)^1\right) = 0{,}3993 \\ y_2 = \frac{1}{8}\left(4-(0{,}125)^1+(0{,}5555)^1\right) = 0{,}5381 \\ z_2 = \frac{1}{9}\left(4+(0{,}125)^1-(2\times 0{,}75)^1\right) = 0{,}3055 \end{cases}$$

JANUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
11	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

C3

91 / 10 / 18

۴- به روش کمترین مربعات، بهترین برازش منحنی $y = A e^{(bx)}$ را با تابع جدول زیر بیابید.

x_i	$1 = x_1$	$2 = x_2$	$3 = x_3$	$4 = x_4$	$5 = x_5$
f_i	3	8	15	40	100
	$f(x)_1$	$f(x)_2$	$f(x)_3$	$f(x)_4$	$f(x)_5$

با گرفتن لگاریتم از طرفین داریم:

$\ln y = \ln a + bx \rightarrow A = \ln a \quad , Y = \ln y$

$d = \sum_{i=1}^{5} (Y(x_i) - (A - bx_i))^2$

$(x)_i$	$f(x)_i$	$(x_i)^2$	$(x_i) f(x_i)$
1	3	1	3
2	8	4	16
3	15	9	45
4	40	16	160
5	100	25	500
Σ 15	166	55	724

$$\begin{bmatrix} \sum_0^4 1 & \sum_0^4 x_i \\ \sum_0^4 x_i & \sum_0^4 x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_0^4 f(x_i) \\ \sum_0^4 f(x_i)\, x_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 15 & 55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 166 \\ 724 \end{bmatrix}$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 166 & 15 \\ 724 & 55 \end{vmatrix}}{220 - 225} = \frac{9130 - 10860}{220 - 225} = 346$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 166 \\ 15 & 724 \end{vmatrix}}{220 - 225} = \frac{2896 - 2490}{-5} = -81/2$$

$A = \ln a \rightarrow a = e^{A} \rightarrow a = e^{-81/2} = 5/43 \times 10^{-36}$

$y = 5/43 \times 10^{-3} e^{346x}$

JANUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

FEBRUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28

MARCH
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

APRIL
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30

MAY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31

JUNE
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

C4

91 / 10 / 18

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks, Industrial Water Treatment Equipment
October 27 Oct. 2014 Monday

۵- الف) زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_1^2 x\sin x\,dx$ با دقت هفت رقم اعشار با ذوزنقه بیابید!
ج) با انتخاب $h=0.25$ انتگرال فوق را به روش سیمپسون بیابید!

$a=1,\ b=2 \qquad \varepsilon=10^{-7}$

$f'(x)=\sin x+x\cos x \to f''(x)=\cos x+\cos x+x\sin x=2\cos x-x\sin x$

$|f''(x)|=|2\cos x-x\sin x|\leq 2|\cos x|+|x||\sin x|\leq 2+1=3$

$M=\max_{a\leq x\leq b} f''(x)=3 \quad ; \quad \frac{(b-a)}{12}h^2M=\frac{(2-1)}{12}h^2(3)\leq 10^{-7} \to \frac{h^2}{4}\leq 10^{-7} \to h\leq 0.00063$

زیربازه به روش ذوزنقه

با $h=0.25$ به روش ذوزنقه ادامه می‌دهیم:

$T(0.25)=\frac{0.25}{2}\Big[f_0+2\big(f(1.25)+f(1.5)+f(1.75)+f(1)\big)+f(2)\Big]$

$=0.125\Big[1+2\big(0.25\sin 0.25+0.5\sin 0.5+0.75\sin 0.75+1\sin 1\big)+\sin(2)\Big]$

$=0.125\Big[3\big(0.0618+0.2397+0.511+0.841\big)+0.909\Big)=0.73368875$

ب) با $h=0.25$ با روش سیمپسون:

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1.25	1.5	1.75	2

$s(h)=\frac{h}{3}\{f_0+4f_1+2f_2+4f_3+f_4\}$

$\frac{0.25}{3}\Big[0.841+(4\times 1.1862)+(2\times 1.496)+4\times 1.7219+1.8185\Big\}=1.440325$

زیربازه به روش سیمپسون

$\frac{(2-1)^5}{180n^4}\times\frac{1}{2^7}\leq\varepsilon=10^{-7}=\frac{1}{10^7}$

$\frac{1}{n^4}\leq\frac{180\times 2^7}{10^7} \qquad n\geq\frac{10^2}{\sqrt[4]{180\times 2^2}}$

Eng-hvac.mihanblog.com

JANUARY FEBRUARY MARCH APRIL MAY JUNE (calendar)
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

C5

18/10/91

۶- به روش نیوتن رافسون با فرض $(x_0, y_0) = (-2 , -1.5)$ دستگاه معادلات غیرخطی زیر را با انجام یک تکرار به دست آورید.

$$\begin{cases} x^2 + 2y^3 = -1 & f(x,y) = x^2 + 2y^3 + 1 \\ x^3 + 3y^2 = 2 & g(x,y) = x^3 + 3y^2 - 2 \end{cases}$$

$$f_x = 2x \quad ; f_y = 6y^2 \quad ; g_x = 3x^2 \quad ; g_y = 6y$$

$$\begin{vmatrix} -f & f_y \\ -g & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -x^2 + 2y^3 + 1 & 6y^2 \\ -x^3 - 3y^2 + 2 & 6y \end{vmatrix} = -6x^2y + 12y^3 + 6y + 6x^3y^2 + 18y^4 + 12y^2$$

$$\begin{vmatrix} f_x & -f \\ g_x & -g \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & -x^2 + 2y^3 + 1 \\ 3x^2 & -x^3 - 3y^2 + 2 \end{vmatrix} = -2x^3 - 6xy^2 + 4x + 3x^4 + 6x^2y^3 + 3x^2$$

$$\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 6y^2 \\ 3x^2 & 6y \end{vmatrix} = 12xy - 18x^2y^2$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \dfrac{-6x_n^2 y_n + 12y_n^3 + 6y_n + 6x_n^3 y_n^2 + 18y_n^4 + 12y_n^2}{12x_n y_n - 18x_n^2 y_n^2} \\[2ex] y_{n+1} = y_n + \dfrac{-2x_n^3 - 6x_n y_n^2 + 4x_n + 4x_n^4 - 6x_n^2 y_n^3 + 3x_n^2}{12x_n y_n - 18x_n^2 y_n^2} \end{cases}$$

$$n=0 \begin{cases} x_1 = -1.19375 \\ y_1 = -1.515 \end{cases}$$

یک تکرار

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER
(+9821) 88739073-9 (+9821) 42362

7) با استفاده از دستور اویلر پیراسته تقریبی از مقدار $y(0/8)$ را با انتخاب $h = 0/5$ و دقت 2 رقم اعشار از مسئله با مقدار اولیه زیر بیابید!

$y' = 3yx^2 \;;\; y(0/3) = 2$

$x_0 = 0/3 \;;\; y_0 = 2 \;,\; h = 0/5$

$y_0 = 2$, $x_0 = 0/3$ ⟶ $y_1 = ?$, $x_1 = 0/8$

$$y_{i+1}^{n} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^{n})\right] \qquad n = 1,\; i = 0$$

$y_i \to 2$, $x_i \to 0/3$, $y_i \to 2$, $x_{i+1} \to 0/8$

$f(x_i, y_i) = 3 \times 2 \times 0/3^2$, $f(x_{i+1}, y_{i+1}) = 3 \times 0/8^2 \times 2/27$

$\hookrightarrow y_1 = y_0 + h(x_0, y_0) = 2 + 0/5(3 \times 2 \times 0/3^2) = 2/27$ ($x_0 \to 0/3$, $y_0 \to 2$)

$$y_1^{(1)} = 2 + \frac{0/5}{2}\left[0/54 + 1/92 \times 2/27\right] = 3/2246$$

JULY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

AUGUST						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

SEPTEMBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

OCTOBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

NOVEMBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

DECEMBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

D1

۱ / ۸ / ۹۱

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
October 29 Oct. 2014
Wednesday

۲- الف) چند جمله‌ای درونیاب تابع $f(x)=x+\sqrt{1+x}$ را در نقاط $x_i=0.5+0.2i$ به ازای $(i=0,1,2,3)$ تعیین نموده سپس تقریبی از $f(0.6)$ و $f(0.85)$ را محاسبه کنید.

ج) کران بالای خطای درونیابی را در $x=0.8$ تعیین کنید.

x_i	0.5	0.7	0.9	1.1
f_i	1.7247	2.003	2.278	2.549

x_i	f_i (a_0)	اول	دوم	سوم
0.5 (x_0)	1.7247	$\frac{1.7247-2.003}{0.5-0.7}=1.3915$ (a_1)	$\frac{1.3915-1.375}{0.5-0.9}=-0.0412$ (a_2)	$\frac{-0.0412+6.825}{0.5-1.1}=-11.306$ (a_3)
0.7 (x_1)	2.003	$\frac{2.003-2.278}{0.7-0.9}=1.375$	$\frac{1.375+1.355}{0.7-1.1}=-6.825$	
0.9 (x_2)	2.278	$\frac{2.549-2.278}{0.9-1.1}=-1.355$		
1.1 (x_3)	2.549			

$$P(x)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)(x-x_1)+a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$$

$$P(x)=1.7247+1.3915(x-0.5)+(-0.0412)(x-0.5)(x-0.7)+(-11.306)(x-0.5)(x-0.7)\to(x-0.9)$$

1.86385   0.000412

$$P(0.6)\simeq f(0.6)=1.7247+1.3915(0.6-0.5)+(-0.0412)(0.6-0.5)(0.6-0.7)+(-11.306)\to(0.6-0.5)(0.6-0.7)(0.6-0.9)=\boxed{1.830344}$$

0.03391

$$P(0.85)\simeq f(0.85)\to 1.7247+1.3915(0.85-0.5)+(-0.0412)(0.85-0.5)(0.85-0.7)+(-11.306)(0.85-0.5)(0.85-0.7)(0.85-0.9)=\boxed{2.2392}$$

2.21172   -0.002163   0.02967

ب) کران بالای خطا

$$E=|f(x)-P(x)|\leq\frac{1}{4!}|(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)|\times\max_{x=0.8}|f^4(x)|$$

$$\max_{x=0.8} f^4(x)=0.8+\sqrt{1+0.8}=2.1416$$

JANUARY: Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat — 1 2 3 4 / 5 6 7 8 9 10 11 / 12 13 14 15 16 17 18 / 19 20 21 22 23 24 25 / 26 27 28 29 30 31
FEBRUARY: Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat — 1 / 2 3 4 5 6 7 8 / 9 10 11 12 13 14 15 / 16 17 18 19 20 21 22 / 23 24 25 26 27 28
MARCH: Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat — 1 / 2 3 4 5 6 7 8 / 9 10 11 12 13 14 15 / 16 17 18 19 20 21 22 / 23 24 25 26 27 28 29 / 30 31
APRIL: Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat — 1 2 3 4 5 / 6 7 8 9 10 11 12 / 13 14 15 16 17 18 19 / 20 21 22 23 24 25 26 / 27 28 29 30
MAY: Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat — 1 2 3 / 4 5 6 7 8 9 10 / 11 12 13 14 15 16 17 / 18 19 20 21 22 23 24 / 25 26 27 28 29 30 31
JUNE: Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat — 1 2 3 4 5 6 7 / 8 9 10 11 12 13 14 / 15 16 17 18 19 20 21 / 22 23 24 25 26 27 28 / 29 30
(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 42362

$$E\leq\frac{1}{4!}|(0.8-0.5)(0.8-0.7)(0.8-0.9)(0.8-1.1)|\times 2.1416$$

$$\Rightarrow E\leq 4.8186\times10^{-4}\Leftarrow$$

D2 ۹۳/۹/۱

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
November 20 Nov. 2014
Thursday

۳- تقریبی از دستگاه خطی زیر را با دستور ژاکوبی با سه دسته اول بیابید!

$$\begin{cases} x+5y-z=2 \\ -8x+3y-z=25 \\ x-3y+9z=-6 \end{cases} \quad ; \quad X^{(0)}=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$A:\begin{bmatrix}1 & 5 & -1\\ -8 & 3 & -1\\ 1 & -3 & 9\end{bmatrix} \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{سطر اول و دوم}} A:\begin{bmatrix}-8 & 3 & -1\\ 1 & 5 & -1\\ 1 & -3 & 9\end{bmatrix}$$

ماتریس A قطر غالب سطری می باشد.

$$\begin{cases} -8x+3y-z=25 \\ x+5y-z=2 \\ x-3y+9z=-6 \end{cases}$$

Eng-hvac.mihanblog.com
PACKMAN

$n=0$

$$\begin{cases} x_1=-\frac{1}{8}\left(25-(3\times 0)^0+(1)^0\right)=-3.25 \\ y_1=\frac{1}{5}\left(2-(-1)^0+(1)^0\right)=0.4 \\ z_1=\frac{1}{9}\left(-6+(-1)^0-(3\times 0)^0\right)=-0.555 \end{cases}$$

$n=1$

$$\begin{cases} x_2=-\frac{1}{8}\left(25-(3\times 0.4)^1+(-0.555)^1\right)=-2.905 \\ y_2=\frac{1}{5}\left(2-(-3.25)^1+(-0.555)^1\right)=-0.939 \\ z_2=\frac{1}{9}\left(-6+(-3.25)^1-(3\times 0.4)^1\right)=-1.1611 \end{cases}$$

$n=2$

$$\begin{cases} x_2=-\frac{1}{8}\left(25-(3\times 0.939)^2+(-1.1611)^2\right)=-2.3015 \\ y_2=\frac{1}{5}\left(2-(-2.905)^2+(-1.1611)^2\right)=-0.0217 \\ z_2=\frac{1}{9}\left(-6+(-2.905)^2-(3\times 0.939)^2\right)=-0.6107 \end{cases}$$

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

D3

۱/۱۱/۱۱

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

۴- به روش کمترین مربعات بهترین برازش منحنی $y=Axe^{(Bx^2)}$ را برای تابع جدول زیر بیابید.

x_i	1_{x_1}	2_{x_2}	3_{x_3}	4_{x_4}	5_{x_5}
f_i	$3_{f(x_1)}$	$4_{f(x_2)}$	$1_{f(x_3)}$	$1_{f(x_4)}$	$1_{f(x_5)}$

با گرفتن لگاریتم از طرفین داریم: $\ln y = \ln Ax + (Bx^2) \longrightarrow a = \ln Ax$

$Y = \ln y$

x_i	1	2	3	4	5	$\Sigma = 15$
$f(x)_i$	3	4	1	1	1	$\Sigma = 10$
$Y(x_i)$	1,1098	1,386	0	0	0	$\Sigma = 2,484$

$$\begin{cases} 5a + b\sum^5 x_i = \sum^5 Y(x)_i \\ a\sum x_i + b\sum x_i^2 = \sum Y(x_i)x_i \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 5a + 15b = 2,484 \\ 15a + 55b = 3,87 \end{cases}$$

$a = 1,5714 \quad ; \quad b = -0,3582$

$a = \ln Ax \to A = e^{ax} \to a = x e^{A} \to A = 4,8133x$

$y = 4,8133x\, e^{(-0,3582x^2)}$

JANUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

FEBRUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28

MARCH
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

APRIL
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30

MAY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31

JUNE
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 42362

$$a = \frac{(2,484 \times 55) - (3,87 \times 15)}{(5 \times 55) - (15)^2} = 1,5714$$

$$b = \frac{(5 \times 3,87) - (15 \times 2,484)}{(5 \times 55) - (15)^2} = -0,3582$$

D4

۹۱/۸/۱

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks, Industrial Water Treatment Equipment
October
3
Oct. 2014
Friday

۵- الف- کمترین تعداد زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_1^2 (x+2e^{-x^2})$ را با دقت هشت رقم به روش ذوزنقه!

ب) با اصلاح جـ $h=0.25$ تقریبی از مقدار انتگرال فوق به روش سیمپسون؟

ج- تقریبی از مقدار انتگرال فوق به روش رامبرگ از مرتبه $(O(h^4))$!

ب) سیمپسون

1 — 1.25 — 1.5 — 1.75 — 2

$f_0 \quad 4f_1 \quad 2f_2 \quad 4f_3 \quad f_4$

($2f_2$: زوج، $4f_3$: فرد)

فردها ضرب 4

زوج‌ها ضرب 2

$$S(h) = \frac{h}{3}\{f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + f_4\}$$

$$S(h) = \frac{0.25}{3}\{6.4364 + \overbrace{4(10.7914)}^{43.1656} + \overbrace{2(20.475)}^{40.95} + \overbrace{4(44.5118)}^{178.047} + 111.196\} = 31.64962$$

ج) رامبرگ

$$O(h^4) = O(h^{2k+2}) \Rightarrow k=1$$

1 — 2 (f_0, f_1)

$$h_0 = 2-1 = 1 \rightarrow T(1) \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + f_1\} = \frac{1}{2}\{6.4364 + 111.196\} = 58.8162$$

$$h_1 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow T(\tfrac{1}{2}) \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + f_2\} = \frac{0.5}{2}\{6.4364 + 2(20.475) + 111.196\} = 39.6456$$

1 — 1.5 — 2 (f_0, f_1, f_2)

	oh^2	oh^4
h_0	58.8162	$\frac{4 \times 39.6456 - 58.8162}{3} = -25.3608$
h_1	39.6456	

JANUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

D5

۹ /۱۴ /۱

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

6-1- با روش نیوتن و با فرض $(x_0, y_0) = (1, 2)$ تقریب‌هایی از جواب دستگاه غیرخطی زیر را با دو تکرار بیابید

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 3 & f(x,y) = x^2 + 2y - 3 \\ x^3 + 3xy = -4 & g(x,y) = x^3 + 3xy + 4 \end{cases}$$

$f_x = 2x \quad ; f_y = 2 \quad ; g_x = 3x^2 + 3y \quad ; g_y = 3x$

$$\begin{vmatrix} -f & f_y \\ -g & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -x^2 + 2y - 3 & 2 \\ -x^3 - 3xy - 4 & 3x \end{vmatrix} = (-3x^3 + 6xy - 9x) + (2x^3 + 6xy - 8)$$
$$= (-x^3 + 12xy - 9x - 8)$$

$$\begin{vmatrix} f_x & -f \\ g_x & -g \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & -x^2 + 2y - 3 \\ 3x^2 + 3y & -x^3 - 3xy - 4 \end{vmatrix} = (-2x^4 - 6x^2y - 8x) + (3x^4 + 6x^2y - 9x^2 - 3x^2y + 6y^2 - 9y)$$
$$= (x^4 - 3x^2y - 8x - 9x^2 + 6y^2 - 9y)$$

$$\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 2 \\ 3x^2 + 3y & 3x \end{vmatrix} = 6x^2 - 6x^2 + 6y \Rightarrow 6y$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \dfrac{-x_n^3 + 12x_ny_n - 9x_n - 8}{6y_n} \Rightarrow \\ y_{n+1} = y_n + \dfrac{x_n^4 - 3x_n^2y_n - 8x_n - 9x_n^2 + 6y_n^2 - 9y_n}{6y_n} \Rightarrow \end{cases} \xrightarrow{n=0} \begin{cases} x_1 = 1{,}5 \\ y_1 = 0{,}666 \end{cases}$$

تکرار اول

تکرار دوم:

$$\xrightarrow{n=1} \begin{cases} x_2 = -1{,}7815 \\ y_2 = -8{,}17 \end{cases}$$

JANUARY: 1 2 3 4 / 5 6 7 8 9 10 11 / 12 13 14 15 16 17 18 / 19 20 21 22 23 24 25 / 26 27 28 29 30 31
FEBRUARY: 1 / 2 3 4 5 6 7 8 / 9 10 11 12 13 14 15 / 16 17 18 19 20 21 22 / 23 24 25 26 27 28
MARCH: 1 / 2 3 4 5 6 7 8 / 9 10 11 12 13 14 15 / 16 17 18 19 20 21 22 / 23 24 25 26 27 28 29 / 30 31
APRIL: 1 2 3 4 5 / 6 7 8 9 10 11 12 / 13 14 15 16 17 18 19 / 20 21 22 23 24 25 26 / 27 28 29 30
MAY: 1 2 3 / 4 5 6 7 8 9 10 / 11 12 13 14 15 16 17 / 18 19 20 21 22 23 24 / 25 26 27 28 29 30 31
JUNE: 1 2 3 4 5 6 7 / 8 9 10 11 12 13 14 / 15 16 17 18 19 20 21 / 22 23 24 25 26 27 28 / 29 30

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

D6 91/4/1

6-2) با استفاده از دستور رانگ کوتای مرتبه ی دوم تقریبی از مقدار $y(1.2)$ را با انتخاب $h=0.2$ از مسئله با مقدار اولیه زیر بیابید.

$y'-3y=x^2 \; ; \; y(0.8)=2$

$y_0=2 \qquad y_1=? \qquad y_2=?$

$x_0=0.8 \qquad x_1=1 \qquad x_2=1.2$

$x_0=0.8 \; , \; y_0=2 \; , \; h=0.2$

$y'-3y=x^2$

$y'=3y+x^2 \quad f(x,y)$

$y_{i+1}=y_i+\frac{1}{2}(K_1+K_2) \; ; \; K_1=hf(x_i,y_i) \; ; \; K_2=hf(x_i+h, y_i+K_1)$

$i=0$

$K_1=0.2(0.8,2) \rightarrow 0.2(3\times 2+0.8^2)=0.1768$

$K_2=0.2(0.8+0.2, 2.1768) \rightarrow 0.2(3\times 2.1768+1^2)=1.8608$

$y_1=2+\frac{1}{2}(0.1768+1.8608)=3.3144$

$i=1$

$K_1=0.2(1, 3.3144) \rightarrow 0.2(3\times(3.3144)+1^2)=2.1886$

$K_2=0.2(1.2, 5.503) \rightarrow 0.2(3\times 5.503+1.2^2)=3.5898$

$y_2=3.3144+\frac{1}{2}(2.1886+3.5898)=6.2036$

Eng-hvac.mihanblog.com

JULY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

AUGUST

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

SEPTEMBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

OCTOBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

NOVEMBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

DECEMBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

E1

۹۰/۱۰/۱۹

الف) چند جمله‌ای درونیاب جدول زیر را پیدا کنید اگر (2,230) به جدول اضافه شود چه تغییری می‌کند.

ب) مقادیر f(-1) و f(0.5) !

x_i	-2	-1	0	1	2
f_i	1	-6	1	10	230

x_i	f_i	اول	دوم		
-2 (x_0)	1 (a_0)				
		-7 (a_1)			
			7 (a_2)		
-1 (x_1)	-6			-2 (a_3)	
		7			6,2775 (a_4)
0 (x_2)	1		1		
		9		23,11	
1 (x_3)	10		70,133		
		220			
2 (x_4)	230				

$P(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1) + a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)$

$P(x) = 1 + (-7)(x+2) + 7(x+2)(x+1) + (-2)(x+2)(x+1)(x-0)$

چند جمله‌ای بعد از اضافه شدن (2,230)

$P(x) = a_0 + a_1(x-x_0) + a_2(x-x_0)(x-x_1) + a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2) +$

$a_4(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$P(x) = 1 + (-7)(x+2) + 7(x+2)(x+1) + (-2)(x+2)(x+1)(x-0) + 6,2775(x+2) \rightarrow$

$\rightarrow (x+1)(x-0)(x-1)$

مقادیر f(-1) و f(0.5) را در بالا جایگذاری می‌کنیم بجای x

ب)

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER
(+9821) 88739075-6 (+9821) 42362

E2

۱۰/۱۰/۹۵

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
November 19 Nov. 2014
Wednesday

۳- دستگاه زیر را به روش تکراری ژاکوبی حل کنید و با روش گوس - سایدل با یک تکرار آن را بهبود ببخشید

$$\begin{cases} -2x+y+5z=15 \\ 4x-8y+z=-21 \\ 4x-y+z=7 \end{cases} \quad ; \quad X^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A: \begin{bmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 4 & -8 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{سطر سوم}]{\text{سطر اول}} A \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 4 & -8 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

قطر غالب سطری است.

$$\begin{cases} 4x-y+z=7 \\ 4x-8y+z=-21 \\ -2x+y+5z=15 \end{cases}$$

$$n=0 \begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(7+2-1) = 2 \\ y_1 = -\frac{1}{8}(-21+(4\times 1)-1) = 2{,}25 \\ z_1 = \frac{1}{5}(15-(-2\times 1)-(2)) = 2{,}4 \end{cases}$$

$$n=1 \begin{cases} x_2 = \frac{1}{4}(7+2{,}25-2{,}4) = 1{,}7125 \\ y_2 = -\frac{1}{8}(-21+(4\times 2)-(2{,}4)) = 1{,}925 \\ z_2 = \frac{1}{5}(15-(-2\times 2)-(2{,}25)) = 3{,}35 \end{cases}$$

بهبود به روش گوس - سایدل

$$n=0 \begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}(7+1{,}925-3{,}35) = 1{,}75 \\ y_1 = -\frac{1}{8}(-21+(4\times 1{,}7125)-3{,}35) = 2{,}1875 \\ z_1 = \frac{1}{5}(15-(-2\times 1{,}7125)-1{,}925) = 3{,}3 \end{cases}$$

JANUARY FEBRUARY MARCH APRIL MAY JUNE

E3 ۹۰/۱۰/۱۸

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۱۵ مهر ۱۲ ذی‌الحجه ۱۴۳۵
7 October Oct 2014
Tuesday

5- در مسئله با مقدار اولیه با تقریب $y(0.2)$ را با روش رونگه کوتای مرتبه دوم و با انتخاب طول گام $h=0.1$ و $\varepsilon=0.001$ بدست آورید.

$$y' = \frac{1}{1+x^2+y^2} \; ; \; y(0)=1$$

$h=0.1$; $x_0=0$; $y_0=1$

$y_0=1$, $y_1=?$, $y_2=?$

$x_0=0$, $x_1=0.1$, $x_2=0.2$

$$y_{i+1} = y_0 + \frac{1}{2}(K_1+K_2) \; ; \; K_1 = h f(x_i, y_i) \; ; \; K_2 = h f(x_i+h, y_i+K_1)$$

$i=0$

$$K_1 = 0.1(0,1) \rightarrow 0.1\left(\frac{1}{1+0^2+1^2}\right) = 0.05$$

$$K_2 = 0.1(0.1, 1.05) \rightarrow 0.1\left(\frac{1}{1+0.1^2+1.05^2}\right) = 0.04733$$

$$y_1 = 1 + \frac{1}{2}(0.05+0.04733) = 0.147165$$

$i=1$

$$K_1 = 0.1(0.1, 0.147165) \rightarrow 0.1\left(\frac{1}{1+0.1^2+0.147165^2}\right) = 0.09693139$$

$$K_2 = 0.1(0.2, 0.24409) \rightarrow 0.1\left(\frac{1}{1+0.2^2+0.24409^2}\right) = 0.09094382$$

$$y_2 = 0.147165 + \frac{1}{2}(0.09693139+0.09094382) = 0.241102605$$

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER

E4

90/10/19

6- به روش خطی سازی بهترین منحنی به شکل $y=\frac{1}{(ax+b)^2}$ را برای نقاط زیر بیابید.

x_i	-1	0	1	2
y_i	13/45	3/01	0/67	0/15

Eng-hvac.mihanblog.com

x_i	2	1	0	-1
$f(x_i)$	0/15	0/67	3/01	13/45
$(x_i)^2$	4	1	0	1
x_i^4	16	1	0	1
$f(x_i)x_i^2$	0/6	0/67	0	13/45

$\sum x_i^4 = 18$; $\sum f(x_i) = 17/28$; $\sum x_i^2 = 6$; $\sum f(x_i)x_i^2 = 14/72$

$$\begin{cases} a\sum x_i^4 + b\sum x_i^2 = \sum f(x_i)x_i^2 \\ a\sum x_i^2 + b4 = \sum f(x_i) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 18a + 6b = 14/72 \\ 6a + 4b = 17/28 \end{cases}$$

$a = -1/244$ $b = 0/085925$

$$y = \frac{1}{(-1/244x + 0/085925)^2}$$ معادله منحنی

JULY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

AUGUST						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

SEPTEMBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

OCTOBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

NOVEMBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

DECEMBER						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

$a = (14/72 \times 4) - (6 \times 17/28) \ldots = -1/244 \ldots$ $b = (18 \times 17/28) - (6 \times 14/72) \ldots = 0/085925$ [illegible]

F1 89, 10, 27

۳- دستگاه زیر را به روش ژاکوبی با یک تکرار بدست آورده و با انتخاب جواب بدست آمده به عنوان نقطه شروع با روش گوس-سایدل با دو تکرار به آن بهبود ببخشید.

$$\begin{cases} x-2y-8z=4{,}4 \\ 5x-y-z=7{,}9 \\ 3x-7y+2z=8 \end{cases} \quad ; \quad x^{(0)}=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$$

$$A:\begin{bmatrix}1 & -2 & -8\\ 5 & -1 & -1\\ 3 & -7 & 2\end{bmatrix} \longrightarrow A:\begin{bmatrix}5 & -1 & -1\\ 3 & -7 & 2\\ 1 & -2 & -8\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 5x-y-z=7{,}9 \\ 3x-7y+2z=8 \\ x-2y-8z=4{,}4 \end{cases}$$

$$n=0\begin{cases} x_1=\frac{1}{5}(7{,}9+0+(-1))=1{,}78 \\ y_1=-\frac{1}{7}(8+(3\times1)-(2\times(-1)))=1{,}1428 \\ z_1=-\frac{1}{8}(4{,}4+(1)+(2\times0))=-0{,}675 \end{cases}$$

تصحیح با گوس-سایدل

$$n=0\begin{cases} x_1=\frac{1}{5}(7{,}9+1{,}1428+(-0{,}675))=1{,}58 \\ y_1=-\frac{1}{7}(8+(3\times1{,}78)^{1}-(2\times(-0{,}675))^{0})=-1{,}7628 \\ z_1=-\frac{1}{8}(4{,}4+(1{,}78)^{1}+(2\times1{,}1428)^{1})=-1{,}0582 \end{cases}$$

$$n=1\begin{cases} x_2=\frac{1}{5}(7{,}9+(-1{,}7628)^{1}+(-1{,}0582)^{1})=1{,}0158 \\ y_2=-\frac{1}{7}(8+(3\times1{,}58)^{2}-(2\times(-1{,}0582))^{1})=-4{,}0485 \\ z_2=-\frac{1}{8}(4{,}4+(1{,}58)^{2}+(2\times(-1{,}7628))^{2})=-2{,}4157 \end{cases}$$

JULY · AUGUST · SEPTEMBER · OCTOBER · NOVEMBER · DECEMBER (2014 calendar)
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

F2 — 89 / 10 / 27

5) تقریب از جواب معادله دیفرانسیل زیر را به روش اویلر اصلاح شده با $h=0.3$ و با دقت دو رقم اعشار در نقطه $x=0.5$ بیابید.

$$\begin{cases} y' = 4x(y+x) \\ y(0.2)=1 \end{cases}$$

ج) به روش رونگه کوتای مرتبه دوم تقریب $y(0.5)$ را با فرض $h=0.3$ بیابید.

الف)

$y_0 = 1$ ⟶ $y_1 = ?$ 1.594

$x_0 = 0.2$ ⟶ $x_1 = 0.5$

$x_0 = 0.2$, $y_0 = 1$, $h = 0.3$

$$y_{i+1}^{n} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^{n})\right] \qquad i=0,\ n=1$$

1 , 0.2 , 1 , 0.5

$y_1 = y_0 + h f(x_0, y_0) = 1 + 0.3(4(0.2)(0.2+1)) = 1.288$

$4 \times 0.2(0.2+1) = 0.96$

$$y_1^{(1)} = 1 + \frac{0.3}{2}\left[0.96 + [4 \times 0.5 \times (0.5 + 1.288)]\right] = 1.6804$$

ب) رونگه کوتا

$i=0$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(K_1+K_2)\ ;\ K_1 = h f(x_i, y_i)\ ;\ K_2 = h f(x_i + h, y_i + K_1)$$

$K_1 = 0.3(0.2, 1) \rightarrow 0.3(4 \times 0.2(0.2+1)) = 0.288$

~~$K_2 = 0.3(0.5, 1.288) \rightarrow 0.3(4 \times 0.5(0.5 + 1.288)) = 1.0728$~~

$$y_1 = 1 + \frac{1}{2}(0.288 + 1.0728) = 1.6804$$

JANUARY	FEBRUARY	MARCH	APRIL	MAY	JUNE

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

F3 89/10/27

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۱۲ آبان ۹ محرم ۱۴۳۶
November 3 Nov. 2014
Monday

6- بهترین برازش منحنی به شکل $y=ax+\frac{b}{x}$ را برای تابع جدولی زیر به روش کمترین مربعات بیابید.

x_i	1	3	4	7
y_i	2	5	-1	6

x_i	7	4	3	1
$f(x)_i$	6	-1	5	2
x_i^2	49	16	9	1
x_i^4	2401	256	81	1
$f(x)_i x_i^2$	294	-16	45	2

$\sum x_i^4 = 2739$; $\sum x_i^2 = 75$; $\sum f x_i = 12$; $\sum f(x)_i x_i^2 = 325$

$$\begin{cases} a\sum^{4} x_i^4 + b\sum^{4} x_i^2 = \sum f(x)_i x_i^2 \\ a\sum x_i^2 + 4b = \sum f(x)_i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2739a + 75b = 325 \\ 75a + 4b = 12 \end{cases}$$

$a = 0,0750328$; $b = 1,593134$

$$y = 0,0750328x + \frac{1,593134}{x}$$ معادله منحنی برازشگر

JANUARY: 1 2 3 4 / 5 6 7 8 9 10 11 / 12 13 14 15 16 17 18 / 19 20 21 22 23 24 25 / 26 27 28 29 30 31
FEBRUARY: 1 / 2 3 4 5 6 7 8 / 9 10 11 12 13 14 15 / 16 17 18 19 20 21 22 / 23 24 25 26 27 28
MARCH: 1 / 2 3 4 5 6 7 8 / 9 10 11 12 13 14 15 / 16 17 18 19 20 21 22 / 23 24 25 26 27 28 29 / 30 31
APRIL: 1 2 3 4 5 / 6 7 8 9 10 11 12 / 13 14 15 16 17 18 19 / 20 21 22 23 24 25 26 / 27 28 29 30
MAY: 1 2 3 / 4 5 6 7 8 9 10 / 11 12 13 14 15 16 17 / 18 19 20 21 22 23 24 / 25 26 27 28 29 30 31
JUNE: 1 2 3 4 5 6 7 / 8 9 10 11 12 13 14 / 15 16 17 18 19 20 21 / 22 23 24 25 26 27 28 / 29 30
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

$$a = \frac{(325\times4)-(12\times75)}{(2739\times4)-(75)^2} = 0,0750328$$

$$b = \frac{(2739\times12)-(75\times325)}{(2739\times4)-(75)^2} = 1,593134$$

G1 89/4/6

3- دستگاه زیر را به روش LU حل کنید.

$$\begin{cases} x+y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ -x+3y+2z=7 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} \\ 0 & 1 & U_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Eng-hvac.mihanblog.com

$$\begin{cases} L_{11}=1 \\ L_{11}U_{12}=1 \rightarrow U_{12}=1 \\ L_{11}U_{13}=-2 \rightarrow U_{13}=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} L_{21}=2 \\ L_{21}U_{12}+L_{22}=-1 \rightarrow L_{22}=-3 \\ L_{21}U_{13}+L_{22}U_{23}=1 \rightarrow U_{23}=-1{,}66 \end{cases}$$

$2\times-2+-3\times \;=1$

$$\begin{cases} L_{31}=-1 \\ L_{31}U_{12}+L_{32}=3 \rightarrow L_{32}=4 \\ \quad -1\times1+?=3 \\ L_{31}U_{13}+L_{32}U_{23}+L_{33}=2 \rightarrow L_{33}=6{,}64 \end{cases}$$

$-1\times-2+4\times-1{,}66+?=2 \rightarrow$

$$\begin{cases} Ly=b \\ Ux=y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ -1 & 4 & 6{,}64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 1\times y_1=-3 \\ 2y_1+(-3)y_2=6 \rightarrow -6+(-3\times ?)=6 \rightarrow y_2=-4 \\ -1y_1+4y_2-(-1)y_3=7 \rightarrow y_3=20 \end{cases}$$

$3+-16-(-1\times20)=$

JULY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

AUGUST

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

SEPTEMBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

OCTOBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

NOVEMBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

DECEMBER

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 42362

ادامه صفحه بعد

G2 89,4,6

ادامه سوال مقدمه قبل

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipme

۲۱ آبان ۱۸ محرم ۱۴۳۶

November 12 Nov. 2014 Wednesday

$ux = b$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1.66 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ 20 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x_1 + 1x_2 + 1x_3 = -3 \rightarrow \boxed{x_1 = -52.2} \\ x_2 + (-1.66)x_3 = -4 \rightarrow \boxed{x_2 = 29.2} \\ \boxed{x_3 = 20} \end{cases}$$

8

9

10

11

12

13

14

15

16

G3

89/11/6

4- مقدار تقریبی $\int_0^{24} \sqrt{1+\cos^2 x}\,dx$ را به روش رامبرگ با خطای $O(h^6)$ بیابید.

$(Oh^6) = [O(h)^{2K+2}) = K = 2$

$h_0 = 24-0 = 24 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0+f_1\} \rightarrow \frac{24}{2}\{1{,}4142+0{,}73227\} = 25{,}75764$

0 — 24, f_0, f_1

$h_1 = \frac{24-0}{2} = 12 \longrightarrow \frac{h}{2}\{f_0+2f_1+f_2\} \rightarrow \frac{12}{2}\{1{,}4142+4(1{,}3678)+0{,}73227\}$

f_0 f_1 f_2 ; 0 12 24

$= 29{,}29242$

$h_2 = \frac{24-0}{4} = 6$

$\longrightarrow \frac{h}{2}\{f_0+2f_1+2f_2+2f_3+f_4\}$

0 6 12 18 24
f_0 f_1 f_2 f_3 f_4

$\frac{6}{2}\{1{,}142+2(0{,}9338)+2(1{,}3678)+2(0{,}292)+0{,}73227\}$

$= 22{,}00101$

Oh^2 $\quad$ Oh^4 $\quad$ Oh^6

$h_0 = 25{,}75764$

$h_1 = 29{,}29242$

$\frac{4\times(29{,}29242-25{,}7564)}{3} = 4{,}714693$

$\frac{16\times(-9{,}72188-4{,}714693)}{5}$

$h_2 = 22{,}00101$

$\frac{4\times(22{,}00101-29{,}29242)}{3} = -9{,}72188$

$= -46{,}1970336$

G4 89/4/6

6- بهترین برازش منحنی به شکل $y=\frac{1}{ax^2+b}$ را برای برازش نقاط زیر به روش حداقل مربعات پیدا کنید

x_i	0	1	1.5	2
f_i	0.3	0.22	0.15	0.1

Eng-hvac.mihanblog.com

x_i	2	1.5	1	0
$f(x)_i$	0.1	0.15	0.22	0.3
$(x)_i^2$	4	2.25	1	0
$(x)_i^4$	16	5.0625	1	0
$f(x)_i x_i^2$	0.4	0.3375	0.22	0

$\sum x_i^4 = 22.0625$; $\sum x_i^2 = 7.25$; $\sum f(x)_i = 0.77$; $\sum f(x)_i x_i^2 = 0.9575$

$$\begin{cases} a\sum_1^4 x_i^4 + b\sum x_i^2 = \sum_1^4 x_i^2 f(x)_i \\ a\sum x_i^2 + 4b = \sum_1^4 f(x)_i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 22.0625a + 7.25b = 0.9575 \\ 7.25a + 4b = 0.77 \end{cases}$$

$a=-0.0491$ $\quad b=2.27833$

$$y=\frac{1}{-0.0491x^2+2.27833}$$ معادله برازنگر

JANUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

FEBRUARY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28

MARCH
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

APRIL
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30

MAY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3
4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23 24
25 26 27 28 29 30 31

JUNE
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21
22 23 24 25 26 27 28
29 30

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

$$a=\frac{(0.9575\times4)-(7.25\times0.77)}{(22.0625\times4)-(7.25)^2}=-0.0491$$

$$b=\frac{(22.0625\times4)-(7.25\times0.9575)}{(22.0625\times4)-(7.25)^2}=2.27833$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

معادله دیفرانسیل زیر را با توجه به شرط داده شده به روش رونگه کوتا مرتبه دوم با انتخاب h ، $y(0.2)$ را بیابید!

$y' = x^2 - y \;;\; y(0) = 1 \;;\; h = 0.1$

$x_0 = 0 \;;\; y_0 = 1 \;;\; h = 0.1$

$x_0 = 0$	$x_1 = 0.1$	$x_2 = 0.2$
$y_0 = 1$	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$
	0.9055	0.8219275

$y_{i+1} = y_0 + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \;;\; k_1 = hf(x_i, y_i) \;;\; k_2 = hf(x_i + h, y_i + k_1)$

$i = 0$

$k_1 = 0.1(0, 1) \rightarrow 0.1(0^2 - 1) = -0.1 \;;\; k_2 = 0.1(0.1, 0.9) \rightarrow 0.1(0.1^2 - 0.9) = -0.089$

$y_1 = 1 + \frac{1}{2}(-0.1 + (-0.089)) = 0.9055$

$i = 1$

$k_1 = 0.1(0.1, 0.9055) \rightarrow 0.1(0.1^2 - 0.9055) = -0.08955$

$k_2 = 0.1(0.2, 0.81595) \rightarrow 0.1(0.2^2 - 0.81595) = -0.077595$

$y_2 = 0.9055 + \frac{1}{2}(-0.08955 + (-0.077595)) = 0.8219275$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

مثال با مقدار اولیه زیر را در نظر گرفته با انتخاب $h=0/1$ در بازه‌ی $0 \leq x \leq 0/2$ به روش اویلر اصلاح شده حل کنید

$y' = 2-2y$ و $y(0)=0$

$y_0=0 \quad y_1 = ? \; 3/6 \quad y_2 = ? \; 3/132$

$x_0=0 \quad x_1=0/1 \quad x_2=0/2$

$x_0=0 \,;\, y_0=0 \;,\; h=0/1$

$$y_{i+1}^{n} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(x_i , y_i) + f(x_{i+1} , y_{i+1}^{n})\right] \qquad i=0 \,,\, n=1$$

$\hookrightarrow y_1 = y_0 + h f(x_i , y_i) = 0 + 0/1(2-2(0)) = 0/2$

$$y_1^{(1)} = 0 + \frac{0/1}{2}\left[2-2(0) + 2-2(0/2)\right] = 3/6$$

$x_i , y_i \;:\; 0/1 \quad 3/6 \qquad , \quad x_{i+1} \;:\; 0/2 \qquad y_{i+1}^{n}$

$n=2 \,,\, i=1$

$\hookrightarrow y_1 = 3/6 + 0/1(0/1 , 3/6)$

$3/6 + 0/1(2-2(3/6)) = 3/08$

$$y_2^{2} = 3/6 + \frac{0/1}{2}\left[2-2(3/6) + 2-2(3/08)\right] = 3/132$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۷ مهر ۴ ذی‌الحجه ۱۴۳۵
September 29 Sep. 2014
Monday

مسئله مقدار اولیه زیر $y'=y+x^2 \; ; \; y(0)=1$ با انتخاب طول گام $h=0.1$ و دقت $\varepsilon=0.01$ معادله فوق را به روش اویلر پیراسته برای $0 \le x \le 0.2$ حل کنید.

$x_0=0 \;, y_0=1 \;, h=0.1$

$y_0=1 \qquad y_1=? \qquad y_2=? \;\; 1.1224125$

$x_0=0 \qquad x_1=0.1 \qquad x_2=0.2$

$$y_{i+1}^{n}=y_i+\frac{h}{2}\left[f(x_i,y_i)+f(x_{i+1},y_{i+1}^{n})\right] \qquad i=0,\; n=1$$

$y_1=y_0+hf(x_i,y_i) \to 1+0.1(1+0^2)=1.1$

$$y_1^{(1)}=1+\frac{0.1}{2}\left[1+0^2+0.1^2+1.1^{(1)}\right]=1.1055$$

$i=1 \;, n=2$

$$y_{i+1}^{n}=y_i+\frac{h}{2}\left[f(x_i,y_i)+f(x_{i+1},y_{i+1}^{n})\right]$$

$0.1 \quad 1.1055 \quad 0.2$

$y_2=1.1055+0.1(0.1^2+1.1055)=1.21705$

$$y_2^{2}=1.1055+\frac{0.1}{2}\left[0.1^2+1.1055+0.2^2+1.21705\right)=1.1224125$$

رونگه کوتا مرتبه دوم:

$$y_{i+1}=y_i+\frac{1}{2}(k_1+k_2) \;;\; k_1=hf(x_i,y_i) \;;\; k_2=hf(x_i+h,\,y_i+k_1)$$

$i=0$

$k_1=0.1(0,1)\to 0.1(0^2+1)=0.1 \;;\; k_2=0.1(0.1,\,1.1)\to 0.1(0.1^2+1.1)=0.111$

$y_1=1+\frac{1}{2}(0.1+0.111)=\underline{1.1055}$

$i=1$

$k_1=0.1(0.1,\,1.1055)\to 0.1(0.1^2+1.1055)=0.11155 \;;\; k_2=0.1(0.2,\,1.217)$

$\to 0.1(0.2^2+1.217)=0.1257 \to y_2=1.1055+\frac{1}{2}(0.11155+0.1257)=\underline{1.224125}$

JANUARY FEBRUARY MARCH APRIL MAY JUNE
(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 83182

4

به روش رونگه کوتای مرتبه دوم تقریبی از $y(2)$ را با انتخاب طول گام $h=0.5$ از معادله زیر بدست آورید؟

$$y' = \frac{1-4\sin(xy)}{x} \quad ; \quad y(1)=0$$

$x_0=1 \;,\; y_0=0 \;;\; h=0.5$

$y_0=0$, $y_1=?$, $y_2=?$

$x_0=1$, $x_1=1.5$, $x_2=2$

$$y_{i+1}=y_i+\frac{1}{2}(k_1+k_2) \;;\; k_1=hf(x_i,y_i) \;;\; k_2=hf(x_i+h, y_i+k_1)$$

$i=0$

$$k_1=0.5(1,0) \rightarrow .5\left(\frac{1-4\sin(1\times 0)}{1}\right)=0.5$$

$$k_2=0.5(1.5,0.5) \rightarrow .5\left(\frac{1-4\sin(1.5\times 0.5)}{1.5}\right)=-0.5755$$

$$y_1=0+\frac{1}{2}(0.5+(-.5755))=-0.037759$$

Eng-hvac.mihanblog.com

$i=1$

$$k_1=0.5(1.5,-0.037759) \rightarrow .5\left(\frac{1-4\sin(1.5\times -0.037759)}{1.5}\right)=.4088$$

$$k_2=.5(2,0.371041) \rightarrow .5\left(\frac{1-4\sin(2\times 0.371041)}{2}\right)=-0.42582$$

$$y_2=-0.037759+\frac{1}{2}(0.4088+(-0.42582))=-0.04627097$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۴ مهر ۱۳۹۳ ۱ ذی‌الحجه ۱۴۳۵
26 September
Sep. 2014
Friday

5

با روش رونگه کوتای مرتبه دوم تقریبی از جواب معادله زیر را با فرض $h=0.2$ در نقطه $x=1.6$ بیابید

$y' = x + \frac{1}{x} y^2$ و $y(1)=1$

$x_0=1 \,;\, y_0=1 \,,\, h=0.2$

$y_0=1$, $y_1=?$, $y_2=?$, $y_3=?$

$x_0=1$, $x_1=1.2$, $x_2=1.4$, $x_3=1.6$

$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(K_1+K_2) \,;\, K_1 = h f(x_i, y_i) \,;\, K_2 = h f(x_i+h, y_i+K_1)$

$i=0$

$K_1 = 0.2(1,1) \rightarrow 0.2\left(1+\frac{1}{1}1^2\right) = 0.4 \,,\, K_2 = 0.2(1.2, 1.4) \rightarrow 0.2\left(1.2+\frac{1}{1.2}(1.4)^2\right) = 1.024$

$y_1 = 1 + \frac{1}{2}(0.4+1.024) = 1.712$

$i=1$

$K_1 = 0.2(1.2, 1.712) \Rightarrow 0.2\left(1.2+\frac{1}{1.2}(1.712)^2\right) = 0.72849 \,;\, K_2 = 0.2(1.4, 2.44)$

$\rightarrow 0.2\left(1.4+\frac{1}{1.4}(2.44)^2\right) = 1.13085 \rightarrow y_2 = 1.712 + \frac{1}{2}(0.72849+1.13085) = 2.64167$

$i=2$

$K_1 = 0.2(1.4, 2.64167) \rightarrow 0.2\left(1.4+\frac{1}{1.4}(2.64167)^2\right) = 1.276917$

$K_2 = 0.2(1.6, 3.918587) \rightarrow 0.2\left(1.6+\frac{1}{1.6}(3.9185)^2\right) = 2.2394155$

$y_3 = 2.64167 + \frac{1}{2}(1.276917+2.2394155) = 4.399836$

JANUARY FEBRUARY MARCH APRIL MAY JUNE
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

مسئله با مقدار اولیه زیر را در نظر بگیرید

$y' = e^{2x} + \cos y \; ; \; y(0) = 1$

به روش رونگه کوتای با دقت $h = 0.2$ و مقادیر $x(0.4)$ بیابید

$x_0 = 0 \; , \; y_0 = 1 \; , \; h = 0.2$

$y_0 = 1$	$y_1 = ?$	$y_2 = ?$
$x_0 = 0$	$x_1 = 0.2$	$x_2 = 0.4$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \; ; \; k_1 = h f(x_i , y_i) \; ; \; k_2 = h f(x_i + h , y_i + k_1)$$

$i = 0$

$$k_1 = 0.2(0, 1) \to 0.2\left(e^{2(0)} + \cos(1)\right) = 0.30806$$

$$k_2 = 0.2(0.2 , 1.30806) \to 0.2\left(e^{2(0.2)} + \cos(1.30806)\right) = 0.350309$$

$$y_1 = 1 + \frac{1}{2}(0.30806 + 0.350309) = \underline{1.329184}$$

$i = 1$

$$k_1 = 0.2(0.2 , 1.329184) \to 0.2\left(e^{2(0.2)} + \cos(1.329184)\right) = 0.346218$$

$$k_2 = 0.2(0.4 , 1.6754) \to 0.2\left(e^{2(0.4)} + \cos(1.6754)\right) = 0.424225$$

$$y_2 = 1.329184 + \frac{1}{2}(0.346218 + 0.424225) = \underline{1.714405}$$

JULY	AUGUST	SEPTEMBER	OCTOBER	NOVEMBER	DECEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat	Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat	Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat 1 2 3 4 5 6	Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat 1 2 3 4 ... 7 8 9 10 11	Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat 1 2 3 4 5 6 7 8	Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۲ مهر ۲۸ ذی‌القعده ۱۴۳۵
24 September Sep. 2014 Wednesday

دستگاه غیرخطی زیر را با تقریب اولیه (0/2 و 0/15) تا دو تکرار حل کنید

$$\begin{cases} x^2+y^2-x=0 \to f(x,y)=x^2+y^2-x \\ x^2-y^2-y=0 \quad g(x,y)=x^2-y^2-y \end{cases}$$

$$f_x=2x-1 \;;\; f_y=2y \;;\; g_x=2x \;;\; g_y=-2y-1$$

$$\begin{vmatrix} -f & f_y \\ -g & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -x^2-y^2+x & 2y \\ -x^2+y^2+y & -2y-1 \end{vmatrix} = (2x^2y+2y^3+2xy+x^2-y^2+x)+(-2yx^2+2y^3+3y) = (4y^3-2xy+x^2-y^2+x+3y)$$

$$\begin{vmatrix} f_x & -f \\ g_x & -g \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x-1 & -x^2-y^2+x \\ 2x & -x^2+y^2+y \end{vmatrix} = (-2x^3+2xy^2+2xy+x^2+y^2+y)+(-2x^3-2xy^2+3x) = (-4x^3+2xy+x^2+y^2+y+3x)$$

$$\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x-1 & 2y \\ 2x & -2y-1 \end{vmatrix} = (-4xy+2y+1)-4xy \to -8xy+2y+1$$

$$\begin{cases} x_{n+1}=x_n+\dfrac{4y_n^3-2x_ny_n+x_n^2-y_n^2+x_n+3y_n}{-8x_ny_n+2y_n+1}= \\ y_{n+1}=y_n+\dfrac{-4x_n^3+2x_ny_n+x_n^2+y_n^2+y_n+3x_n^2}{-8x_ny_n+2y_n+1}= \end{cases}$$

$n=0$ $\begin{cases} x_1=-3/39375 \\ y_1=1/1525 \end{cases}$ تکرار اول

$n=1$ $\begin{cases} x_2=0/685342 \\ y_2=0/76426 \end{cases}$ تکرار دوم

JANUARY
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

8

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

دستگاه غیرخطی زیر را به روش نیوتن حل کنید!

$$\begin{cases} x^2 + xy^3 = 9 & x_0 = 1{,}2 \\ 3x^2y - y^3 = 4 & y_0 = 2{,}5 \end{cases}$$

$f(x,y) = x^2 + xy^3 - 9$

$g(x,y) = 3xy - y^3 - 4$

$\longrightarrow F_x = 2x \;,\; F_y = 3xy^2 \;,\; g_x = 3y \;,\; g_y = 3x - 3y^2$

Eng-hvac.mihanblog.com

$$\begin{vmatrix} -f & F_y \\ -g & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -x^2 - xy^3 + 9 & 3xy^2 \\ -3xy + y^3 + 4 & 3x - 3y^2 \end{vmatrix} = (-3x^3 - 4xy^3 + 27x + 3x^2y^2 - 3xy^5 + 27y^2) + (-9x^2y^3 + 3xy^5 + 12xy^2)$$

$$(-3x^3 + 27x + 3x^2y^2 + 27y^2 - 9x^2y^3 + 12xy^2)$$

$$\begin{vmatrix} F_x & -f \\ g_x & -g \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & -x^2 - xy^3 + 9 \\ 3y & -3x^2y + y^3 + 4 \end{vmatrix} = (-6x^3y + 2xy^3 + 8x) + (-3x^2y - 3xy^4 + 27y)$$

$$(-6x^3y + 2xy^3 + 8x - 3x^2y - 3xy^4 + 27y)$$

$$\begin{vmatrix} F_x & F_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 3xy^2 \\ 3y & 3x - 3y^2 \end{vmatrix} = (6x^2 - 6xy^2) - 9xy^3$$

یک تکرار

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \dfrac{-3x_n^3 + 27x_n + 3x_n^2y_n^2 + 27y_n^2 - 9x_n^2y_n^3 + 12x_ny_n^2}{6x_n^2 - 6x_ny_n^2 - 9x_ny_n^3} = \\ \quad 1{,}2 \\ y_{n+1} = y_n + \dfrac{-6x_n^3y_n + 2x_ny_n^3 + 8x_n - 3x_n^2y_n - 3x_ny_n^4 + 27y_n}{6x_n^2 - 6x_ny_n^2 - 9x_ny_n^3} = \\ \quad 2{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -199{,}764 \\ y_1 = -218{,}512 \end{cases}$$

9

حاصل انتگرال $\int_3^5 x^2 Ln(x)\,dx$ را به روش سیمپسون با $h=\frac{1}{4}$ به دست آورید

f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
3	3,25	3,5	3,75	4	4,125	4,15	4,175	5

فردها ضرب 4
زوج ها ضرب 2

$$S(h)=\frac{h}{3}\{f_0+4f_1+2f_2+4f_3+2f_4+4f_5+2f_6+4f_7+f_8\}$$

$$S(h)=\frac{0,125}{3}\{(3^2Ln(3))+4(3,25^2Ln(3,25))+2(3,5^2Ln(3,5))+4(3,75^2Ln(3,75))+$$

$$2(4^2Ln(4))+4(4,125^2Ln(4,125))+2(4,5^2Ln(4,5))+4(4,75^2Ln(4,75))+$$

$$(5^2Ln(5))\}=?$$

$$\frac{0,125}{3}\{9,887+49,728+30,6926+74,3487+44,36+104,5398+60,915+140,622$$

$$+40,2359\}=\underline{46,28325}$$

JANUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

PACKMAN

حاصل انتگرال معین $\int_3^5 x^2 \ln(x)\,dx$ را با کمک روش رامبرگ، $O(h^6)$ بدست آورید

$f_0 \quad f_1 \quad f_2$ (on points 3, 4, 5)

$h_0 = b-a = 5-3 = 2 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + f_2\} =$

$f_0 \quad f_1$

$h_1 = \frac{b-a}{2} = \frac{5-3}{2} = 1 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + f_1\}$

$h_2 = \frac{b-a}{4} = \frac{5-3}{4} = 0.5 \rightarrow \frac{h}{3}\{f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4\}$

3, 3.5, 4, 4.5, 5

$f_0 \quad f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4$

PACKMAN

$h_0 = \frac{2}{2}\{9.887 + 2(22.18) + 40.2359\} = 94.4829$

$h_1 = \frac{1}{2}\{9.887 + 40.2359\} = 25.06145$

$h_2 = \frac{0.5}{2}\{9.887 + 2(15.346) + 2(22.18) + 2(30.457) + 40.2359\} = 46.5222$

$O(h^2) \qquad (O(h^4)) \qquad O(h^6)$

$h_0 = 94.4829$

$\frac{4\times(25.06145 - 94.4829)}{3} = -92.56$

$h_1 = 25.06145$

$\frac{16\times(28.614 + 92.156)}{5}$

$\frac{4\times(46.5222 - 25.06145)}{3} = 28.614$

$h_2 = 46.5222$

$= 387.757$

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER (printed 2014 calendar)

www.WinPG.com

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

انتگرال $\int_0^1 \frac{dx}{x+2}$ را با استفاده از قاعده‌ی سیمپسون با $h=0.25$ محاسبه کنید!

$\frac{1}{x+2}dx$

0	0.25	0.5	0.75	1
f_0	f_1	f_2	f_3	f_4

فردها ضرب 4

زوج‌ها ضرب 2

$$S(h)=\frac{h}{3}\{f_0+4f_1+2f_2+4f_3+f_4\}$$

$$S(h)=\frac{0.25}{3}\{0.5+1.777+0.8+1.454+0.33\}=0.412916$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۲۷ شهریور ۲۲ ذی‌القعده ۱۴۳۵
18 September Sep 2014
Thursday

مقدار انتگرال $\int_1^3 x\sin x \, dx$ را با روش رامبرگ $O(h^6)$ بیابید.

$h_0 = b-a = 3-1 = 2 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + f_2\}$

1, 2, 3 → f_0, f_1, f_2

$h_1 = \frac{b-a}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + f_1\}$

1, 3 → f_0, f_1

$h_2 = \frac{b-a}{4} = \frac{3-1}{4} = 0.5 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4\}$

1, 1.5, 2, 2.5, 3 → f_0, f_1, f_2, f_3, f_4

Eng-hvac.mihanblog.com

$h_0 = \frac{2}{2}\{0.8414 + (2\times 3.6371) + 0.142336\} = 8.153896$

$h_1 = \frac{1}{2}\{0.8414 + 0.142336\} = 1.05308$

$h_2 = \frac{0.5}{2}\{0.8414 + 2(1.4962) + 2(3.6371) + 2(2.9923) + 0.142336\} = 4.137899$

$O(h^2)$	$O(h^4)$	$O(h^6)$
$h_0 = 8.153896$	$\frac{4\times(1.05308 - 8.153896)}{3} = -9.981$	$\frac{16\times(4.4345 + 9.981)}{5} = 46.1296$
$h_1 = 1.05308$	$\frac{4\times(4.137899 - 1.05308)}{3} = 4.4345$	
$h_2 = 4.137899$		

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER
(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

PACKMAN
September 17 Wednesday

انتگرال $\int_{0.1}^{1.3} \frac{\sin x}{x}\,dx$ را با روش رامبرگ با خطای $O(h^6)$ بیابید.

$h_0 = b - a = 1.3 - 0.1 = 1.2 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + f_1\}$

0.1 ———— 1.3
f_0 ———— f_1

$h_1 = \frac{b-a}{2} \rightarrow \frac{1.3 - 0.1}{2} = 0.6 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + f_2\}$

0.1 —— 0.7 —— 1.3
f_0 —— f_1 —— f_2

$h_2 = \frac{b-a}{4} = \frac{1.3 - 0.1}{4} = 0.3 \rightarrow \frac{h}{2}\{f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4\}$

0.1 — 0.4 — 0.7 — 1 — 1.3
f_0 — f_1 — f_2 — f_3 — f_4

$h_0 = \frac{1.2}{2}\{0.998 + 0.741\} = 1.0434$

$h_1 = \frac{0.6}{2}\{0.998 + 2(0.9203) + 0.741\} = 1.07388$

$h_1 = \frac{0.3}{2}\{0.998 + 1.947 + 1.8406 + 1.6829 + 0.741\} = 1.0812425$

$O(h^2)$	$O(h^4)$	$O(h^6)$
$h_0 = 1.0434$		
	$\frac{4\times(1.07388 - 1.0434)}{3} = 0.04064$	
$h_1 = 1.07388$		$\frac{16\times(0.009816 - 0.04064)}{15}$
	$\frac{4\times(1.0812425 - 1.07388)}{3} = 0.009816$	
$h_2 = 1.0812425$		$= -0.0328768$

JANUARY FEBRUARY MARCH APRIL MAY JUNE

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۲۵ شهریور ۲۰ ذی‌القعده ۱۴۳۵
16 September Sep. 2014
Tuesday

بهترین منحنی شکل $y = ax^2 + b$ را برای نقاط زیر بدست آورید!

$n = 4$

x_i	-2	-1	2	3
y_i	1	1	3	4

x_i	3	2	-1	-2	
$f(x_i)$	4	3	1	1	$\sum^4 f(x_i) = 9$
$(x_i)^2$	9	4	1	4	$\sum^4 (x_i)^2 = 18$
$(x_i)^4$	81	16	1	16	$\sum^4 (x_i)^4 = 114$
$f(x_i)x_i^2$	36	12	1	4	$\sum^4 f(x_i)(x_i)^2 = 53$

$$\begin{cases} a\sum^4 x_i^4 + b\sum x_i^2 = \sum f(x_i)x_i^2 \\ a\sum x_i^2 + b4 = \sum f(x_i) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 114a + 18b = 53 \\ 18a + 4b = 9 \end{cases}$$

$a = 0/37878 \quad ; b = 0/54545$

$$y = 0/37878x^2 + 0/54545$$

معادله منحنی

JULY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31

AUGUST
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2
3 4 5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30
31

SEPTEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6
7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30

OCTOBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

NOVEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30

DECEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6
7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30 31

(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 42362

$$a = \frac{(53\times4) - (9\times18)}{(114\times4) - (18)^2} = 0/37878 \quad \Big\} \quad b = \frac{(114\times9) - (18\times53)}{(114\times4) - (18)^2} = 0/54545$$

15

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

بهترین منحنی به شکل $y=a\sin x+b$ را برای نقاط زیر به روش کمترین مربعات برازش کنید!

x_i	0	0,5	1	1,5
f_i	3,1	4	4,5	5

x_i	0	0,5	1	1,5	
$f(x_i)$	3,1	4	4,5	5	$\sum^4 f(x_i)=16,6$
$(x_i)^2$	0	0,25	1	2,25	$\sum^4 (x_i)^2=3,5$
$(x_i)^4$	0	0,0625	1	5,0625	$\sum^4 (x_i)^4=6,125$
$f(x_i)(x_i)^2$	0	1	4,5	11,25	$\sum^4 f(x_i)(x_i)^2=16,75$

$$\begin{cases} a\sum^4 x_i^4+b\sum x_i^2=\sum f(x_i)x_i^2 \\ a\sum^4 x_i^2+4b=\sum^4 f(x_i) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6,125a+3,5b=16,75 \\ 3,5a+4b=16,6 \end{cases}$$

$a=0,72653 \quad ,b=3,51428$

$y=0,72653\sin x+3,51428$ معادله منحنی

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
JANUARY						
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
FEBRUARY						
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
MARCH						
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
APRIL						
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
MAY						
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
JUNE						
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

(+9821) 88739075-9 (+9821) 42362

$$a=\frac{(16,75\times4)-(16,6\times3,5)}{(6,125\times4)-(3,5)^2}=0,72653 \qquad b=\frac{(6,125\times16,6)-(3,5\times16,75)}{(6,125\times4)-(3,5)^2}=3,51428$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipments
۲۲ شهریور ۱۷ ذی‌القعده ۱۴۳۵
September 13 Sep. 2014
Saturday

بهترین برازش منحنی $y = a\ln x + b$ را برای تابع جدول زیر به روش کمترین مربعات بیابید

x_i	1	2	10	100
f_i	4	5	7	10

Eng-hvac.mihanblog.com

x_i	1	2	10	100
$f(x_i)$	4	5	7	10
$(x_i)^2$	1	4	100	10000
$(x_i)^4$	1	16	10000	100×10^6
$f(x_i)(x_i)^2$	4	20	700	10×10^5

$$\sum^4 f(x_i) = 26$$
$$\sum^4 (x_i)^2 = 10105$$
$$\sum^4 (x_i)^4 = 100010017$$
$$\sum^4 f(x_i)\,x_i^2 = 1000724$$

$$\begin{cases} a\sum^4 x_i^4 + b\sum^4 x_i^2 = \sum^4 f(x_i)\,x_i^2 \\ a\sum^4 x_i^2 + 4b = \sum^4 f(x_i) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 100010017a + 10105b = 1000724 \\ 10105a + 4b = 26 \end{cases}$$

$a = 0.012553 ; b = -25.494$

۲۳ شهریور ۱۸ ذی‌القعده ۱۴۳۵
September 14 Sep. 2014
Sunday

$y = 0.012553\ln x + (-25.494)$

معادله منحنی

JULY
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10 11 12
13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26
27 28 29 30 31

AUGUST
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2
3 4 5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16
17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30
31

SEPTEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6
7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30

OCTOBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4
5 6 7 8 9 10 11
12 13 14 15 16 17 18
19 20 21 22 23 24 25
26 27 28 29 30 31

NOVEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30

DECEMBER
Sun Mon Tue Wed Thu Fri Sat
1 2 3 4 5 6
7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27
28 29 30 31

www.WikiPG.com

$$a = \frac{(1000724\times4)-(26\times10105)}{(100010017\times4)-(10105)^2} = 0.012553 \qquad b = \frac{(100010017\times26)-(1000724\times10105)}{(100010017\times4)-(10105)^2} = -25.494$$

بهترین برازش منحنی

$y=\ln(ax+b)$ را برای تابع جدولی زیر بیابید.

x_i	-1	-0.5	0	+0.5	1
$f(x)_i$	-1	-0.5	0	-2	3

x_i	-1	-0.5	0	+0.5	1	$\sum x_i = 0$
$f(x_i)$	-1	-0.5	0	-2	3	$\sum f(x_i) = -0.5$
$(x_i)^2$	1	0.25	0	0.25	1	$\sum (x_i)^2 = 2.5$
$x_i f(x_i)$	1	0.25	0	-1	3	$\sum f(x_i) x_i^2 = 3.25$

$$\begin{bmatrix} \sum_0^4 1 & \sum_0^4 x_i \\ \sum_1^4 x_i & \sum_1^4 x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum f(x_i) \\ \sum_1^4 f(x_i) x_i^2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 3.25 \end{bmatrix}$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} -0.5 & 0 \\ 3.25 & 2.5 \end{vmatrix}}{10-0} = \frac{-1.25-0}{10} = -0.125$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -0.5 \\ 0 & 3.25 \end{vmatrix}}{10} = \frac{13-(-0.5)}{10} = 1.35$$

$$y=\ln(ax+b) \rightarrow e^y = ax+b \rightarrow f(x) = ax+b$$

$$e^y = 1.35x - 0.125 \rightarrow \boxed{y=\ln(1.35-0.125)}$$ معادله منحنی برازش

JANUARY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

دستگاه معادلات خطی زیر را با فرض $x^{(0)}=(1,2,2)$ و با چهار رقم با معنی با دو تکرار دستور گاووس سایدل حل نمائید.

$$\begin{cases} -2x+y+5z=15 \\ 4x-y+z=7 \\ 4x-8y+z=-21 \end{cases}$$

ماتریس A قطر غالب سطری می‌باشد

$$A=\begin{bmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 4 & -1 & 1 \\ 4 & -8 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{سطر دوم و سوم}} A'=\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 4 & -8 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 4x-y+z=7 \\ 4x-8y+z=-21 \\ -2x+y+5z=15 \end{cases} \xrightarrow{n=0} \begin{cases} x_1=\frac{1}{4}\left(7+(2)^{0}-(2)^{0}\right)=1,75 \\ y_1=-\frac{1}{8}\left(-21+4(1)^{1}-(2)^{0}\right)=144 \\ z_1=\frac{1}{5}\left(15+2(1)^{1}-(2)^{1}\right)=75 \end{cases}$$

$$n=1\begin{cases} x_2=\frac{1}{4}\left(7+(144)^{1}-(75)^{1}\right)=304 \\ y_2=-\frac{1}{8}\left(-21+4(1,75)^{2}-(75)^{1}\right)=670 \\ z_2=\frac{1}{5}\left(15+2(1,75)^{2}-(144)^{2}\right)=-103\ 5741375 \end{cases}$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment

دستگاه زیر را با روش تجزیه LU حل کنید!

$$\begin{cases} x-3y+2z=-1 \\ 2x+y-z=5 \\ -x-y+3z=-2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} \\ 0 & 1 & U_{23} \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} L_{11}=1 \\ L_{11}U_{12}=-3 \rightarrow U_{12}=-3 \\ L_{11}U_{13}=2 \rightarrow U_{13}=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L_{21}=2 \\ L_{21}U_{12}+L_{22}=1 \rightarrow -6+? =1 \rightarrow L_{22}=7 \\ L_{21}U_{13}+L_{22}U_{23}=-1 \rightarrow 4+(7\times ?)=-1 \rightarrow U_{23}=-0{,}714 \end{cases}$$

$$\frac{-1-4}{7}=-0{,}714$$

$$\begin{cases} L_{31}=-1 \\ L_{31}U_{12}+L_{32}=-1 \rightarrow (-1\times -3)+? =-1 \rightarrow L_{32}=-1 \\ L_{31}U_{13}+L_{32}U_{23}+L_{33}=3 \rightarrow \end{cases}$$

$$(-1\times 2)+(-1\times -0{,}714)+? =3 \rightarrow -1{,}286+? =3 \rightarrow L_{33}=-4{,}332$$

$$\begin{cases} Ly=b \\ Ux=y \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ -1 & -1 & -4{,}332 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$Ux=b$

$$\begin{cases} 1\times y_1=-1 \\ 2y_1+(7)y_2=5 \rightarrow y_2=1 \\ -1y_1+(-1)y_2-(-1)y_3=-2 \rightarrow y_3=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -0{,}714 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x_1+1x_2-3x_3=-1 \\ x_2+(-0{,}714)x_3=1 \\ x_3=-2 \end{cases}$$

$1+ \quad -1 \quad +1\times$

JANUARY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

FEBRUARY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

MARCH						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

APRIL						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

MAY						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

JUNE						
Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

$x_1=-6{,}572$

(+9821) 88739075 - 9 (+9821) 42362

$$\begin{cases} x_2=-0{,}428 \\ x_3=-2 \end{cases}$$

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۱۸ شهریور ۱۳ ذی القعده ۱۴۳۵
9 September Sep 2014
Tuesday

دستگاه زیر را به روش LU حل کنید!

$$\begin{cases} 9x + 2y - z = 8 \\ 18x + 12y - z = 17 \\ -9x + 30y + 14z = 5 \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -1 \\ 18 & 12 & -1 \\ -9 & 30 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow LU = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} \\ 0 & 1 & U_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} L_{11} \times 1 = 9 \\ L_{11} \times U_{12} = 2 \rightarrow U_{12} = 0.23 \\ L_{11} \times U_{13} = -1 \rightarrow U_{13} = -0.111 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{21} \times 1 = 18 \\ L_{21} U_{12} + L_{22} = 12 \rightarrow (18 \times 0.23) + ? = 12 \rightarrow L_{22} = 2.898 \\ L_{21} U_{13} + L_{22} U_{23} = -1 \rightarrow U_{23} = 0.1338 \end{cases}$$

$-1.98 + 2.898$

$$\frac{-1 + 1.98}{2.898} = 0.1338$$

$$\begin{cases} L_{31} \times 1 = -9 \\ L_{31} U_{12} + L_{32} = 30 \rightarrow L_{32} = -14.493 \\ L_{31} U_{13} + L_{32} U_{23} + L_{33} = 14 \rightarrow L_{33} = 17.908 \end{cases}$$

1) $Ly = b \rightarrow Ly = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 18 & 2.898 & 0 \\ -9 & -14.493 & 17.908 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 17 \\ 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} y_1 9 = 8 \rightarrow y_1 = 0.889 \\ 18y_1 + 2.989 y_2 = 17 \rightarrow y_2 = 0.13345 \\ -9y_1 - 14.493 y_2 + 17.908 y_3 = 5 \end{cases}$

Eng-hvac.mihanblog.com

$$\frac{5 + 12.848}{17.908} = \qquad y_3 = 0.996$$

2) $Ux = y$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.23 & -0.111 \\ 0 & 1 & 0.1338 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1889 \\ 0.13345 \\ 0.1996 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 0.123 x_2 + 0.111 x_3 = 0.1889 \rightarrow x_1 = 0.177993 \\ x_2 + 0.1338 x_3 = 0.13345 \rightarrow x_2 = -0.002148 \\ x_3 = 0.1996 \end{cases}$$

JULY AUGUST SEPTEMBER OCTOBER NOVEMBER DECEMBER (2014 calendar)

PACKMAN
Manufacturer of Boilers, Thermal Oil Heaters, Heat Exchangers, Pressure Vessels, Storage Tanks & Industrial Water Treatment Equipment
۱۷ شهریور ۱۲ ذی القعده ۱۴۳۵
8 September Sep. 2014
Monday

به روش تفاضلات تقسیم شده جدول در روبرو چند جمله ای نیوتن را نوشته و مقدار f(0,5) را محاسبه کنید

x_i	0,1	0,3	0,4	0,7	0,9
f_i	1,10	1,34	1,49	2,01	2,145

Eng-hvac.mihanblog.com

x_i	f_i				
0,1 (x_0)	1,1 (a_0)				
		$\frac{1,1-1,34}{0,1-0,3}=1,2$ (a_1)			
0,3 (x_1)	1,34		$\frac{1,2-1,5}{0,1-0,4}=1$ (a_2)		
		$\frac{1,34-1,49}{0,3-0,4}=1,5$		$\frac{1-0,5825}{0,1-0,7}=-0,695$ (a_3)	
0,4 (x_2)	1,49		$\frac{1,5-1,733}{0,3-0,7}=0,5825$		$\frac{-0,695-0,5858}{0,1-0,9}=1,601$ (a_4)
		$\frac{1,49-2,01}{0,4-0,7}=1,733$		$\frac{0,5825-0,934}{0,3-0,9}=0,5858$	
0,7 (x_3)	2,01		$\frac{1,733-2,2}{0,4-0,9}=0,934$		
		$\frac{2,01-2,145}{0,7-0,9}=2,2$			
0,9 (x_4)	2,145				

$$P(x)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)(x-x_1)+a_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)+a_4(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

$$P(x)=1,1+1,2(x-0,1)+1(x-0,1)(x-0,3)+(-0,695)(x-0,1)(x-0,3)(x-0,4)+1,601(x-0,1)(x-0,3)(x-0,4)(x-0,7)$$

$$P(0,5)\simeq f(0,5)=\underbrace{1,1+1,2(0,5-0,1)}_{1,58}+\underbrace{1(0,5-0,1)(0,5-0,3)}_{0,08}+\underbrace{(-0,695)(0,5-0,1)(0,5-0,3)(0,5-0,4)}_{-0,00556}+\underbrace{1,601(0,5-0,1)(0,5-0,3)(0,5-0,4)(0,5-0,7)}_{-0,0025616}=1,6570016$$

به نام خدا

سئوالات امتحاني پايان نيمسال اول سال تحصيلي 90-1389 دانشكده فني واحد تهران جنوب

نام درس: محاسبات عددي — نام استاد: كليه اساتيد — كد درس : 3159 — گروه آموزشي: رياضي	
تاريخ امتحان: 27 /89/10 — مدت امتحان: 2 ساعت — نحوه امتحان: جزوه باز ☐ جزوه بسته ☒ ساير موارد	
استفاده از ماشين حساب معمولي: مجاز ☒ غيرمجاز ☐ — به پيوست برگه فرمول ضميمه است ☐ نيست ☒	بارم

1- ابتدا ثابت كنيد معادله $e^x = 3x^2$ داراي يك ريشه منحصر به فرد منفي است و سپس با انتخاب $x_0 = -1$ تقريبي از ريشه منفي معادله را به روش تكرار ساده (نقطه ثابت) با دقت دو رقم اعشار بيابيد. — 3 نمره

2- تقريبي از جواب دستگاه معادلات غير خطي $\begin{cases} x^2 + xy^3 = 9 \\ 3x^2y - y^3 = 4 \end{cases}$ را به روش نيوتن با انجام دو تكرار با انتخاب $X^{(0)} = (1.2\ ,\ 2.5)$ بيابيد. — 2نمره

3- i) با انتخاب $x^{(0)} = (1, 0, -1)$ تقريبي از جواب دستگاه معادلات خطي زير را به روش ژاكوبي با يك تكرار بيابيد. — 3نمره

$$\begin{cases} x - 2y - 8z = 4.4 \\ 5x - y - z = 7.9 \\ 3x + 7y + 2z = 8 \end{cases}$$

Eng-hvac.mihanblog.com

ii) سپس جواب بدست آمده فوق را به عنوان نقطه شروع روش تكراري گاوس- سايدل به كار گرفته و با انجام دو تكرار آن را بهبود بخشيد.

4- i) تابع $y = \sqrt[3]{x}$ را به ازاي مقادير $x = 0, 1, 8, 27$ درونيابي كرده و سپس تقريبي از $\sqrt[3]{20}$ را با استفاده از چند جمله اي درونياب بدست آمده محاسبه كنيد. ii) چند جمله اي درونياب تابع فوق را به ازاي $x = 8, 27$ را يافته و مقدار تقريبي $\sqrt[3]{20}$ را به ازاي آن محاسبه و سپس جواب ها ي بدست آمده در دو قسمت را با يكديگر مقايسه كنيد. كدام چند جمله اي مناسب تر است؟ چرا؟ — 2 نمره

5- i) تقريبي از جواب معادله ديفرانسيل زير را به روش اويلر اصلاح شده با انتخاب $h = 0.3$ با دقت دو رقم اعشار $\begin{cases} y' = 4x(y + x) \\ y(0.2) = 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 0.5$ بيابيد. — 3 نمره

ii) به روش رونگه كوتاي مرتبه دوم تقريب $y(0.5)$ را با فرض $h = 0.3$ محاسبه كنيد.

6- بهترين برازش منحني به شكل $y = ax + b/x$ را براي تابع جدولي زير به روش كمترين مربعات بيابيد. — 2نمره

x	1	3	4	7
y	2	5	-1	6

7- حداكثر طول گام h در محاسبه $\int_0^2 \ln(x+1)\, dx$ چقدر باشد تا تقريب روش سيمپسون براي حل انتگرال با دقت 4 رقم اعشار دقيق باشد. سپس به روش رامبرگ تقريبي از انتگرال فوق را با دقت $O(h^6)$ بيابيد. — 3 نمره

Eng-hvac.mihanblog.com

نكته: كار كلاسي و ميان ترم جمعا 2 نمره.

سربلند باشيد

گروه رياضي

به نام خدا

سئوالات امتحاني پايان نيمسال دوم سال تحصيلي 90-1389 دانشكده فني واحد تهران جنوب

نام درس: محاسبات عددي — نام استاد: كليه اساتيد — كد درس : 3159 — گروه آموزشي: رياضي

تاريخ امتحان: 90/4/6 — مدت امتحان: 2 ساعت — نحوه امتحان: جزوه باز ☐ جزوه بسته ■ ساير موارد

استفاده از ماشين حساب معمولي: مجاز ■ غيرمجاز ☐ — به پيوست برگه فرمول ضميمه است ☐ نيست ■

1- معادله $f(x) = x^6 + 4x^2 - 11 = 0$ در فاصله $[1,2]$ مفروض است. حدودا چند تكرار لازم است كه با استفاده از روش نصف كردن يكي از ريشه هاي معادله فوق در فاصله تعيين شده با دقت $\varepsilon = 10^{-7}$ محاسبه گردد.

2- مقدار جدول زير از تابع $f(x)$ استخراج گرديده است. مقدار $f(2)$ را بيابيد.

x	0	1	3	6	10
f(x)	1	-6	2	169	921

Eng-hvac.mihanblog.com

3- براي حل دستگاه $\begin{cases} 8x + 2y + 3z = 10 \\ x - 9y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + 6z = 31 \end{cases}$ از روش تكرار گاوس-سايدل استفاده كرده و اگر $(x_0, y_0, z_0) = (1,1,1)$ آنگاه مقدار (x_3, y_3, z_3) را بيابيد.

4- الف) حداقل تعداد تقسيم هاي بازه $[0,1]$ چقدر باشد تا $\int_0^1 \cos(x^2)\,dx$ به روش سيمپسون خطايي كمتر از 10^{-8} داشته باشد. ب) تقريبي از انتگرال فوق با روش سيمپسون با طول گام $h = \frac{1}{6}$ بدست آوريد.

5- درمسائله مقدار اوليه زير مقدار تقريبي $y(0.2)$ را به روش رونگه-كوتا ي مرتبه دوم محاسبه كنيد. $(h = 0.1)$

$$y' = 1 + x\sin(xy), \quad y(0) = 0$$

Eng-hvac.mihanblog.com

6- به روش خطي سازي بهترين منحني به شكل $y = \frac{a}{x} + b$ را براي برازش نقاط زير بيابيد.

x	0.5	0.8	1.2	1.5
y	7.0	6.0	5.8	5.6

دانشکده فنی واحد تهران جنوب

نام درس : محاسبات عددی	نام استاد: اساتید گروه ریاضی	کد درس: 3159 گروه آموزشی: ریاضی
تاریخ امتحان: 1392/10/9	مدت امتحان: 120 دقیقه	نحوه امتحان: جزوه باز ☐ جزوه بسته■ سایر موارد

استفاده از ماشین حساب: مجاز ■ غیرمجاز ☐ به پیوست: برگه فرمول ضمیمه است ☐ نیست ■

بارم نمره

1. نشان دهید معادله $x\sin x - 1 = 0$ دارای یک ریشه یکتا در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ است. سپس تقریبی از ریشه موردنظر را به روش **وتر** با دقت $\varepsilon = 0.01$ بیابید. — 3 نمره

Eng-hvac.mihanblog.com

2. با انتخاب **چندجمله‌ای درون‌یاب مناسب** تقریبی از $f(1.2)$ و $f(2.25)$ را برای تابع جدولی زیر محاسبه کنید. — 3 نمره

x_i	1	1.5	2	2.5
[illegible]	3.2	1.8	0.75	2.1

3. تقریبی از جواب دستگاه معادلات خطی زیر را با استفاده از دو تکرار اول **دستور تکرار گاوس – سایدل** محاسبه نمایید. — 3 نمره

$$\begin{cases} 2x + 5y - z = 6 \\ -8x + 3y - z = -6 \\ x - 2y + 9z = 8 \end{cases} \qquad X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.8 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

4. به روش **کمترین مربعات**، بهترین برازش منحنی $y = Ax^2 + Bx$ را برای تابع جدولی زیر بیابید. — 3 نمره

x_i	1	2	3	4
y_i	1.1	3.9	10	17

5. **الف)** کمینه تعداد زیربازه‌های لازم برای تقریب $\int_0^2 e^{-x}dx$ را با دقت هفت رقم اعشار با دستور **سیمپسون** تعیین کنید. — 3 نمره

ب) تقریبی از مقدار انتگرال فوق را به روش **رامبرگ** از مرتبه $O(h^4)$ بیابید. سپس جواب‌های به دست آمده را با جواب دقیق انتگرال مقایسه کنید.

Eng-hvac.mihanblog.com

6. با استفاده از دستور **رانگ کوتای مرتبه دوم** تقریبی از مقدار $y(1.4)$ را با انتخاب $h = 0.2$ از مسأله مقدار اولیه زیر بیابید. — 3 نمره

$$y' = 2x - 3y, \quad y(1) = 0$$

سربلند باشید

نکته : کار کلاسی جمعاً 2 نمره

Solution exam of 88/03/25

۱– - تقریبی از جواب دستگاه معادلات خطی روبرو را با استفاده از روش تکراری گاوس سایدل با انجام سه تکرار و انتخاب $X^{(0)}$ بیابید.

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 9 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases} \quad , \quad X^{(0)} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

حل: مسئله داده شده به صورت قطر (غالب) می‌باشد، لذا داریم:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = \frac{1}{4}\left(x_2^{(k)} - x_3^{(k)} + 4\right) \\ x_2^{(k+1)} = \frac{1}{6}\left(-x_1^{(k+1)} - 2x_3^{(k)} + 9\right) \\ x_3^{(k+1)} = \frac{1}{5}\left(x_1^{(k+1)} - 2x_2^{(k+1)} + 2\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{1}{4}\left(x_2^{(0)} - x_3^{(0)} + 4\right) = 1 \\ x_2^{(1)} = \frac{1}{6}\left(-x_1^{(1)} - 2x_3^{(0)} + 9\right) = 1.3333 \\ x_3^{(1)} = \frac{1}{5}\left(x_1^{(1)} - 2x_2^{(1)} + 2\right) = 0.0667 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = \frac{1}{4}\left(x_2^{(1)} - x_3^{(1)} + 4\right) = 1.3167 \\ x_2^{(2)} = \frac{1}{6}\left(-x_1^{(2)} - 2x_3^{(1)} + 9\right) = 1.2583 \\ x_3^{(2)} = \frac{1}{5}\left(x_1^{(2)} - 2x_2^{(2)} + 2\right) = 0.1600 \end{cases} , \quad \begin{cases} x_1^{(3)} = \frac{1}{4}\left(x_2^{(2)} - x_3^{(2)} + 4\right) = 1.2746 \\ x_2^{(3)} = \frac{1}{6}\left(-x_1^{(3)} - 2x_3^{(2)} + 9\right) = 1.2342 \\ x_3^{(3)} = \frac{1}{5}\left(x_1^{(3)} - 2x_2^{(3)} + 2\right) = 0.1612 \end{cases}$$

۲– با استفاده از رانگه کوتای مرتبه دوم، مقدار تقریبی $y\,(0.2)$ را با انتخاب $h = 0.2$ برای معادله دیفرانسیل زیر بیابید.

$$y' = 1 - x + 4y \; , \; y(0) = 1$$

حل:

$$\left.\begin{array}{l} y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \\ k_1 = h\,f(x_i, y_i) \qquad \rightarrow \; k_1 = 0.2(1 - 0 + 4) = 1 \\ k_2 = h\,f(x_i + h, y_i + k_1) \rightarrow k_2 = 0.2(1 - 0.2 + 4(1+1)) = 1.76 \end{array}\right\} y(0.2) = 1 + \frac{1}{2}(1 + 1.76) = 2.38$$

Eng-hvac.mihanblog.com

۳– الف) با استفاده از قاعده رامبرگ تقریبی از مقدار انتگرال $\int_0^1 e^{\sin x}dx$ را با دقت $O(h^6)$ بیابید.

ب) حداکثر طول گام h در محاسبه انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x.\cos x\, dx$ چند باشد تا خطای حاصل از 10^{-5} کمتر باشد.

حل: الف)

$a=0 \quad , \quad b=1 \quad \to h=b-a=1$

$$\left.\begin{aligned}
I_1^0 &= h\left[\frac{1}{2}f(0)+\frac{1}{2}f(1)\right]=1\left[\frac{1}{2}e^0+\frac{1}{2}e^{\sin 1}\right]=1.0088\\
I_2^0 &= \frac{h}{2}\left[\frac{1}{2}f(0)+f(\frac{1}{2})+\frac{1}{2}f(1)\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}e^0+e^{\sin\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}e^{\sin 1}\right]=1.00878\\
I_3^0 &= \frac{h}{4}\left[\frac{1}{2}f(0)+f(\frac{1}{4})+f(\frac{1}{2})+f(\frac{3}{4})+\frac{1}{2}f(1)\right]=1.00877
\end{aligned}\right\}
\begin{aligned}
I_1^1 &= \frac{4I_2^0-I_1^0}{4-1}=1.00877\\
I_2^1 &= \frac{4I_3^0-I_2^0}{4-1}=1.00876
\end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1^2=\frac{4^2 I_2^1-I_1^1}{4^2-1}=1.00875$$

مقدار انتگرال با دقت $O(h^6)$ محاسبه شد.

ب) می‌دانیم که در بازه (a,b) هرگاه $|f''(x)|<M$ باشد برای محاسبه انتگرال با مقدار خطای محاسباتی کمتر از ε طول گام برابر خواهد شد با:

$$h<\sqrt{\frac{12\varepsilon}{(b-a)M}}$$

$$f(x)=x.\cos x \to f'(x)=\cos x - x\sin x \to f''(x)=-2\sin x - x\cos x \to |f''(x)|<2.3$$

$$h<\sqrt{\frac{12\times 10^{-5}}{\frac{\pi}{2}\times 2.3}}=5.76\times 10^{-3}$$

یعنی با درنظر گرفتن $h=0.5\times 10^{-3}$ رادیان خطای انتگرال گیری کمتر از 10^{-5} می‌شود.

Eng-hvac.mihanblog.com

۴- تقریبی از جواب دستگاه معادلات غیر خطی روبرو را با انجام دو تکرار به روش نیوتن و انتخاب $X^{(0)}=\begin{pmatrix}1.5\\2.5\end{pmatrix}$ بدست آورید

$$\begin{cases}x^2+xy^3=9\\3x^2y-y^3=4\end{cases}.$$

حل:

$$\begin{cases}F_1=x^2+xy^3-9=0\\F_2=3x^2y-y^3-4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{bmatrix}\frac{\partial F_1}{\partial x}&\frac{\partial F_1}{\partial y}\\\frac{\partial F_2}{\partial x}&\frac{\partial F_2}{\partial y}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}k_1^m\\k_2^m\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-F_1\\-F_2\end{Bmatrix}\to\begin{bmatrix}2x+y^3&3xy^2\\6xy&3x^2-3y^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}k_1^m\\k_2^m\end{Bmatrix}=-\begin{Bmatrix}x^2+xy-9\\3x^2y-y^3-4\end{Bmatrix}$$

با قرار دادن $X^{(0)}=\begin{pmatrix}1.5\\2.5\end{pmatrix}$ در ماتریس فوق خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix}18.625&28.125\\22.5&-12\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}k_1^0\\k_2^0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-16.6875\\2.75\end{Bmatrix}\to\begin{cases}k_1^0=-0.1435\\k_2^0=-0.4983\end{cases}\Rightarrow X^{(1)}=X^{(0)}+k^{(0)}=\begin{pmatrix}1.3565\\2.0017\end{pmatrix}$$

حال با داشتن نقطه جدید $(-0.1435,-04983)$ تقریب بعدی را بدست می‌آوریم.

$$\begin{bmatrix}10.7334&16.3057\\16.2918&-6.5001\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}k_1^1\\k_2^1\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-3.7198\\0.9705\end{Bmatrix}\to\begin{cases}k_1^1=-0.0249\\k_2^1=-0.2117\end{cases}\to X^{(2)}=\begin{pmatrix}1.3316\\1.7900\end{pmatrix}$$

و در نهایت

$$\begin{bmatrix}8.3985&12.7997\\14.3014&-4.2928\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}k_1^2\\k_2^2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-0.4103\\0.2135\end{Bmatrix}\to\begin{cases}k_1^2=0.0044\\k_2^2=-0.0350\end{cases}\Rightarrow X^{(3)}=\begin{pmatrix}1.3360\\1.7550\end{pmatrix}$$

۵- با استفاده از روش نیوتن رافسون تقریبی از ریشه معادله فوق را با انتخاب $x=-3$ با انجام سه تکرار بیابید.

حل:

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\quad\&\quad f(x)=e^x-\sin x\to f'(x)=e^x-\cos x$$

$$x_1=-3-\frac{e^{-3}-\sin(-3)}{e^{-3}-\cos(-3)}=-2.89\to x_2=-2.77\to x_3=-2.56$$

Eng-hvac.mihanblog.com

۶– تابع جدولی زیر را برای تابع $y=f(x)$ در نظر بگیرید:

الف) بهترین برازش منحنی $h(x)=\dfrac{1}{Ax+B}$ را به روش کمترین مربعات برای تابع جدولی فوق بیابید.

ب) چند جمله ای درونیاب تابع جدولی فوق را بیابید و تقریب تابع را در x=1.75 محاسبه کنید.

ج) با استفاده از روش سیمپسون تقریبی از $\int_{-1}^{2}\dfrac{dx}{f(x)}$ را بیابید و آن را I بنامید.

د) اگر در محاسبه انتگرال $\int_{-1}^{2}\dfrac{dx}{f(x)}$ به جای $f(x)$ از $h(x)$ استفاده شود، اختلاف جواب حاصل را با I بیابید.

حل الف)

$$S=\sum_{i=1}^{n}\left(f_i-\frac{1}{Ax+B}\right)^2\rightarrow\begin{cases}A\sum_{i=1}^{n}x_i^2+B\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{x_i}{f_i}\\ A\sum_{i=1}^{n}x_i+nB=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{f_i}\end{cases}\quad,\quad\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}x_i^2=6\\ \sum_{i=1}^{n}x_i=2\end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}6A+2B=11\\2A+4B=11\end{cases}\rightarrow A=1.1\;,\;B=2.2\rightarrow h(x)=\frac{1}{1.1x+2.2}$$

ب)

x_i	$f(x_i)$	$f(x_i,x_{i+1})$	$f(x_i,x_{i+1},x_{i+2})$	$f(x_i,x_{i+1},x_{i+2},x_{i+3})$
-1	1			
		-0.5		
0	0.5		0.125	
		0.25		0
1	0.25		0.125	
		0		
2	0.25			

$$P(x)=1-0.5(x+1)+0.125(x+1)\,x=0.125x^2-0.375x+0.5\rightarrow P(1.75)=0.227$$

ج)

$$\int_a^b f(x)dx=\frac{h}{3}\left(f_0+2\sum_{i=1}^{n-1}f_{2i}+4\sum_{i=1}^{n}f_{2i-1}+f_{2n}\right)\quad,h=\frac{b-a}{2n}=\frac{3}{2}=1.5$$

$$\int_{-1}^{2}\frac{dx}{f(x)}=\int_{-1}^{0.5}\frac{dx}{f(x)}+\int_{0.5}^{2}\frac{dx}{f(x)}\qquad\&\qquad f^1(x)=\frac{1}{f(x)}$$

$$I=\int_{-1}^{2}\frac{dx}{f(x)}=\frac{1.5}{3}\left(f^1(-1)+4f^1(0.5)+f^1(2)\right)=0.5(1+\frac{1}{2.4}+\frac{1}{0.25})=2.7$$

د) اگر در محاسبه انتگرال $\int_{-1}^{2}\dfrac{dx}{f(x)}$ به جای $f(x)$ از $h(x)=\dfrac{1}{1.1x+2.2}$ استفاده کنیم:

$$\int_{-1}^{2}\frac{dx}{f(x)}=\int_{-1}^{2}1.1x+2.2\,dx=0.5(1.1+4(2.75)+4.4=16.5\rightarrow E=\left|\,2.7-16.5\,\right|=13.8$$